



# Influence de la convection naturelle ou du brassage électromagnétique sur la solidification de lingots d'aluminium

Jean-Luc Meyer

## ► To cite this version:

Jean-Luc Meyer. Influence de la convection naturelle ou du brassage électromagnétique sur la solidification de lingots d'aluminium. Electromagnétisme. INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 1983. Français. NNT : . tel-01340101

**HAL Id: tel-01340101**

**<https://hal.science/tel-01340101>**

Submitted on 30 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **THESE**

présentée

**A L INSTITUTE NATIONAL POLYTECHNIQUE**

**DE GRENOBLE**

**pour obtenir le titre de**

**DOCTEUR-INGENIEUR**

**par**

**Jean-Luc MEYER**

## **Influence de la convection naturelle ou du brassage électromagnétique sur la solidification de lingots d'aluminium**

**soutenue le 28 novembre 1983 devant la commission d'examen**

**M. R. MOREAU**

**Président**

**M.M. D. ABLITZER**

**F. DURAND**

**M. PARIS**

**J. SZEKELY**

**Examineurs**



Président : Daniel BLOCH

Vice-Présidents : René CARRE  
Hervé CHERADAME  
Marcel IVANES

Année universitaire 1982-1983

### Professeurs des Universités

ANCEAU	François	E.N.S.I.M.A.G.	LACOURME	Jean Louis	E.N.S.I.E.G.
BARRAUD	Alain	E.N.S.I.E.G.	LATOMBE	Jean Claude	E.N.S.I.M.A.G.
BAUDELET	Bernard	E.N.S.I.E.G.	LESIEUR	Marcel	E.N.S.H.G.
BESSON	Jean	E.N.S.E.E.G.	LESPINARD	Georges	E.N.S.H.G.
BLIMAN	Samuel	E.N.S.E.R.G.	LONGUEUE	Jean Pierre	E.N.S.I.E.G.
BLOCH	Daniel	E.N.S.I.E.G.	MAZARE	Guy	E.N.S.I.M.A.G.
BOIS	Philippe	E.N.S.H.G.	MOREAU	René	E.N.S.H.G.
BONNETAIN	Lucien	E.N.S.E.E.G.	MORET	Roger	E.N.S.I.E.G.
BONNIER	Etienne	E.N.S.E.E.G.	MOSSIERE	Jacques	E.N.S.I.M.A.G.
BOUVARD	Maurice	E.N.S.H.G.	PARIAUD	Jean, Charles	E.N.S.E.E.G.
BRISSENEAU	Pierre	E.N.S.I.E.G.	PAUTHENET	René	E.N.S.I.E.G.
BUYLE BODIN	Maurice	E.N.S.E.R.G.	PERRET	René	E.N.S.I.E.G.
CAVAIGNAC	Jean François	E.N.S.I.E.G.	PERRET	Robert	E.N.S.I.E.G.
CHARTIER	Germain	E.N.S.I.E.G.	PIAU	Jean Michel	E.N.S.H.G.
CHENEVIER	Pierre	E.N.S.E.R.G.	POLOUJADOFF	Michel	E.N.S.I.E.G.
CHERADAME	Hervé	U.E.R.M.C.P.P.	POUPOT	Christian	E.N.S.E.R.G.
CHERUY	Ariette	E.N.S.I.E.G.	RAMEAU	Jean Jacques	E.N.S.E.E.G.
CHIAVERINA	Jean	U.E.R.M.C.P.P.	RENAUD	Maurice	U.E.R.M.C.P.P.
COHEN	Joseph	E.N.S.E.R.G.	ROBERT	André	U.E.R.M.C.P.P.
COUMES	André	E.N.S.E.R.G.	ROBERT	François	E.N.S.I.M.A.G.
DURAND	Francis	E.N.S.E.E.G.	SABONNADIÈRE	Jean Claude	E.N.S.I.E.G.
DURAND	Jean Louis	E.N.S.I.E.G.	SAUCIER	Gabrielle	E.N.S.I.M.A.G.
FELICI	Noël	E.N.S.I.E.G.	SCHLENKER	Claire	E.N.S.I.E.G.
FOULARD	Claude	E.N.S.I.E.G.	SCHLENKER	Michel	E.N.S.I.E.G.
GENTIL	Pierre	E.N.S.E.R.G.	SERMET	Pierre	E.N.S.E.R.G.
GUERIN	Bernard	E.N.S.E.R.G.	SILVY	Jacques	U.E.R.M.C.P.P.
GUYOT	Pierre	E.N.S.E.E.G.	SOHM	Jean Claude	E.N.S.E.E.G.
IVANES	Marcel	E.N.S.I.E.G.	SOUQUET	Jean Louis	E.N.S.E.E.G.
JAUSSAUD	Pierre	E.N.S.I.E.G.	VEILLON	Gérard	E.N.S.I.M.A.G.
JOUBERT	Jean Claude	E.N.S.I.E.G.	ZADWORYN	François	E.N.S.E.R.G.
JOURDAIN	Geneviève	E.N.S.I.E.G.			

### Professeurs associés

BASTIN	Georges	E.N.S.H.G.	GANDINI	Alessandro	U.E.R.M.C.P.P.
BERRIL	John	E.N.S.H.G.	HAYASHI	Hirashi	E.N.S.I.E.G.
CARREAU	Pierre	E.N.S.H.G.			

### Professeurs Université des Sciences Sociales (Grenoble II)

BOLLIET	Louis	CHATELIN	Françoise
---------	-------	----------	-----------

### Professeurs E.N.S. Mines de Saint Etienne

RIEU	Jean	SOUSTELLE	Michel
------	------	-----------	--------

### Chercheurs du C.N.R.S.

FRUCHART	Robert	Directeur de recherche	HOPFINGER	Emil	Maître de recherche
VACHAUD	Georges	Directeur de Recherche	JOUD	Jean Charles	Maître de recherche
ALLIBERT	Michel	Maître de recherche	KAMARINOS	Georges	Maître de recherche
ANSARA	Ibrahim	Maître de Recherche	KLEITZ	Michel	Maître de recherche
ARMAND	Michel	Maître de recherche	LANDAU	Ioan-Dore	Maître de recherche
BINDER	Gilbert		LASJAUNIAS	J.C.	
CARRE	René	Maître de recherche	MERMET	Jean	Maître de recherche
DAVID	René	Maître de recherche	MUNIER	Jacques	Maître de recherche
DEPORTES	Jacques		PIAU	Monique	
DRIOLE	Jean	Maître de recherche	PORTESEIL	Jean Louis	
GIGNOUX	Damien		THOLENCE	Jean Louis	
GIVORD	Dominique		VERDILLON	André	
GUELIN	Pierre				

### Chercheurs du Ministère de la Recherche et de la Technologie (Directeurs et Maîtres de recherche - E.N.S. Mines de Saint Etienne)

LESBATS	Pierre	Directeur de recherche	LALAUZE	René	Maître de recherche
BISCONDI	Michel	Maître de recherche	LANCELOT	Francis	Maître de recherche
KOBYLANSKI	André	Maître de recherche	THEVENOT	François	Maître de recherche
LE COZE	Jean	Maître de recherche	TRAN MINH	Canh	Maître de recherche



Personnalités habilitées à diriger des travaux de recherche  
(Décision du Conseil Scientifique)

E.N.S.E.E.G.

ALLIBERT	Colette	DIARD	Jean Paul	NGUYEN TRUONG	Bernadette
BERNARD	Claude	EUSTATOPOULOS	Nicolas	RAVAINE	Denis
BONNET	Roland	FOSTER	Panayotis	SAINFORT	(CENG)
CAILLET	Marcel	GALERIE	Alain	SARRAZIN	Pierre
CHATILLON	Catherine	HAMMOU	Abdelkader	SIMON	Jean Paul
CHATILLON	Christian	MALMEJAC	Yves (CENG)	TOUZAIN	Philippe
COULON	Michel	MARTIN GARIN	Régina	URBAIN	Georges (Laboratoire des ultra-réfractaires ODEILLO).

E.N.S.Mines Saint Etienne

GUILHOT	Bernard	THOMAS	Gérard	DRIVER	Julien
---------	---------	--------	--------	--------	--------

E.N.S.E.R.G.

BARIBAUD	Michel	CHEHIKIAN	Alain	HERAULT	Jeanny
BOREL	Joseph	DOLMAZON	Jean Marc	MONLLOR	Christian
CHOVET	Alain				

E.N.S.I.E.G.

BORNARD	Guy	KOFMAN	Walter	MAZUER	Jean
DESCHIZEAUX	Pierre	LEJEUNE	Gérard	PERARD	Jacques
GLANGEAUD	François			REINISCH	Raymond

E.N.S.H.G.

ALEMANY	Antoine	MICHEL	Jean Marie	ROWE	Alain
BOIS	Daniel	OBLED	Charles	VAUCLIN	Michel
DARVE	Félix			WACK	Bernard

E.N.S.I.M.A.G.

BERT	Didier	COURTOIS	Bernard	FONLUPT	Jean
CALMET	Jacques	DELLA DORA	Jean	SIFAKIS	Joseph
COURTIN	Jacques				

U.E.R.M.C.P.P.

CHARUEL	Robert
---------	--------

C.E.N.G.

CADET	Jean	JOUE	Hubert (LETI)	PERROUD	Paul
COEURE	Philippe (LETI)	NICOLAU	Yvan (LETI)	PEUZIN	Jean Claude (LETI)
DELHAYE	Jean Marc (STT)	NIFENECKER	Hervé	TAIEB	Maurice
DUPUY	Michel (LETI)			VINCENDON	Marc

Laboratoires extérieurs :

C.N.E.T.

DEMOULIN	Eric	GERBER	Roland	MERCKEL	Gérard
DEVINE	R.A.B.			PAULEAU	Yves

I.N.S.A. Lyon

GAUBERT	C.
---------	----

\*\*\*\*\*

A mes parents et  
à mon frère Marc  
pour leur soutien affectueux



Cette étude a été réalisée au Laboratoire de Thermodynamique et de Physico-Chimie Métallurgiques de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electrochimie et d'Electrometallurgie de Grenoble. Je remercie Monsieur le Professeur P. DESRE de m'avoir accueilli dans son laboratoire.

Mes remerciements vont à Monsieur le Professeur R. MOREAU qui m'a introduit au GIS MADYLAM et qui m'a initié avec enthousiasme à la magnétohydrodynamique. J'ai été sensible à l'honneur qu'il m'a fait de bien vouloir présider le jury de ma thèse.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur F. DURAND qui a dirigé ce travail en m'accordant toute sa confiance et qui m'a guidé avec compétence et rigueur dans l'étude des problèmes de solidification.

Je tiens à remercier le Professeur J. SZEKELY du Massachusetts Institute of Technology pour l'intérêt qu'il a porté à ma recherche et pour l'honneur qu'il m'a fait de venir à Grenoble participer au jury.

Ma gratitude va aussi à Monsieur le Professeur D. ABLITZER de l'Ecole des Mines de Nancy, qui a accepté d'être rapporteur de ce mémoire ; nos rencontres ont toujours été l'occasion d'échanges très fructueux.

J'adresse mes remerciements à Monsieur M. PARIS, Directeur Technique du Centre de Recherches de Pont-à-Mousson, pour avoir suivi ce travail avec intérêt et avoir bien voulu faire partie du jury de thèse.

Je remercie Monsieur M. GARNIER, responsable du GIS MADYLAM, pour le soutien constant et amical qu'il a apporté à cette étude.

J'associe à mes remerciements Madame M. DURAND-CHARRE, Messieurs Y. FAUTRELLE et R. HAMAR, Maîtres-Assistants à l'INPG et Monsieur R. ERNST, ingénieur au GIS MADYLAM, qui ont su, chacun dans son domaine et dans un cadre amical, me faire bénéficier de leurs précieuses compétences.

Monsieur J.P. RIQUET, ingénieur au Centre de Recherches de Cegedur-Péchiney, m'a prodigué des conseils avisés et m'a toujours assisté de sa présence encourageante. Je tiens à le remercier vivement.

Je suis également redevable à Monsieur le Professeur C. VIVES et Monsieur R. RICOU, de la Faculté des Sciences d'Avignon, pour leur collaboration dans le domaine des mesures de vitesses.

Les contacts établis avec les Centres de Recherches de Pont-à-Mousson et de Cegedur-Péchiney, avec l'IRSID et l'Ecole des Mines de Nancy, ont constitué aussi un apport précieux à mon étude.

Que Saint Gobain Pont-à-Mousson Recherches soit remercié pour son support financier.

Je remercie sincèrement Madame M. ADRIEN et Monsieur A. DOMEYNE pour leur grande disponibilité et l'aide efficace qu'ils m'ont apportée.

Je ne saurais oublier tous mes camarades de travail pour l'amitié chaleureuse dont ils m'ont entouré.



# S O M M A I R E

## INTRODUCTION

### CHAPITRE I - DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURES

1. Introduction
2. Description du dispositif
3. Méthodes de mesures
  - 3.1. Mesures de champ magnétique
  - 3.2. Mesures de densité de courant
  - 3.3. Mesures de température
  - 3.4. Mesures de vitesse

### CHAPITRE II - EFFETS ELECTROMAGNETIQUES, HYDRODYNAMIQUES ET THERMIQUES EN LINGOTIERE D'ALUMINIUM : EXPERIENCES EN ETAT PERMANENT ET MODELISATION, EN CONVECTION NATURELLE OU EN BRASSAGE ELECTROMAGNETIQUE

1. Introduction
2. Effets électromagnétiques
  - 2.1. Calcul du champ magnétique et des forces électromagnétiques
    - 2.1.1. Equations générales
    - 2.1.2. Ordres de grandeur et simplifications
    - 2.1.3. Résolution analytique dans le cas d'un inducteur et d'une lingotière de hauteur infinie
    - 2.1.4. Calcul numérique
  - 2.2. Résultats expérimentaux et comparaison avec la modélisation
3. Champs de vitesse et de température
  - 3.1. Calcul théorique
    - 3.1.1. Hypothèses
    - 3.1.2. Equations générales
    - 3.1.3. Ordres de grandeur - Simplifications
    - 3.1.4. Calculs approchés
      - 3.1.4.1. Calcul approché en convection naturelle
      - 3.1.4.2. Calcul approché en brassage électromagnétique
    - 3.1.5. Résolution numérique
    - 3.1.6. Conditions aux limites
    - 3.1.7. Modélisation de la turbulence

- 3.2. Mesures de vitesses et de températures : analyse et comparaison avec la modélisation
  - 3.2.1. Brassage direct
  - 3.2.2. Brassage inverse
  - 3.2.3. Influence de l'intensité d'alimentation de l'inducteur
  - 3.2.4. Convection naturelle

Conclusion

### CHAPITRE III - MODELISATION DE LA SOLIDIFICATION D'UN ALLIAGE PRENANT EN COMPTE LES EFFETS CONVECTIFS DANS LE LIQUIDE

- 1. Introduction
- 2. La modélisation
  - 2.1. Formulation du problème
    - 2.1.1. Equations dans la zone liquide
    - 2.1.2. Equations dans la zone solide
    - 2.1.3. Equations dans la zone solide/liquide
    - 2.1.4. Comportement et équations dans la "zone extérieure"
  - 2.2. Hypothèses simplificatrices
    - 2.2.1. Etat initial
    - 2.2.2. Géométrie
    - 2.2.3. Modélisation de la zone extérieure au métal
    - 2.2.4. Turbulence
    - 2.2.5. Zone solide/liquide
  - 2.3. Stade actuel de la modélisation
  - 2.4. Méthode de résolution
  - 2.5. Possibilités d'exploitation du modèle
    - 2.5.1. Inconvénients et avantages de la méthode choisie
    - 2.5.2. Contexte métallurgique
      - 2.5.2.1. Gradient thermique en avant du front de solidification
      - 2.5.2.2. Surfusion colonnaire
      - 2.5.2.3. Surfusion constitutionnelle
- 3. Résultats du modèle
  - 3.1. Caractéristiques générales
  - 3.2. Temps d'apparition du premier solide
  - 3.3. Surchauffe résiduelle
  - 3.4. Vitesse d'avancement du front de solidification
  - 3.5. Gradient thermique au niveau du front de solidification
  - 3.6. Vitesses dans le métal liquide
  - 3.7. Surfusion : surfusion colonnaire et surfusion constitutionnelle

Conclusion

## CHAPITRE IV - RESULTATS DES EXPERIENCES DE SOLIDIFICATION

1. Introduction
2. Essais réalisés
3. Structures de solidification
  - 3.1. Description générale
  - 3.2. Redressement des branches de dendrites
    - 3.2.1. Observations
    - 3.2.2. Discussion
  - 3.3. Affinement du grain
4. Comparaison entre les résultats expérimentaux en cours de solidification et la modélisation
- Conclusion

## CONCLUSION

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

## ANNEXE A - METHODE NUMERIQUE DE RESOLUTION

- A.1. Méthode générale
- A.2. Cas de la détermination du potentiel vecteur A
- A.3. Cas de la solidification
  - A.3.1. Début de solidification
  - A.3.2. Gradient thermique au niveau du front de solidification
  - A.3.3. Echanges solutaux au niveau du front de solidification

## ANNEXE B - METHODES DE MODELISATION DE LA SOLIDIFICATION

- B.1. Le problème de Stefan
- B.2. Solutions analytiques
- B.3. Méthode intégrale
- B.4. Méthodes numériques
  - B.4.1. Point de vue mathématique
  - B.4.2. Modèles de transfert thermique en cours de solidification
  - B.4.3. Modèles prenant en compte la convection dans le liquide
  - B.4.4. Modèles prenant en compte les écoulements interdendritiques

## LISTE DES SYMBOLES

## PROPRIETES PHYSIQUES DE L'ALUMINIUM - AUTRES CARACTERISTIQUES





## I N T R O D U C T I O N

Les métallurgistes portent une attention particulière à la structure de grains de solidification des produits coulés ou moulés, car elle influence leurs propriétés ultérieures. D'une manière générale les hétérogénéités -grains grossiers, plages texturées, zone colonnaire, macroségrégations ou autres- sont considérées comme défavorables, car les défauts structuraux constatés conduisent souvent soit à des défauts d'aspect sur les produits finis, soit à des conséquences néfastes sur les propriétés d'emploi (JACOB et RICHARD, 1983). Des expériences (POLICH et FLEMINGS, 1965) ont montré par exemple, pour certains aciers, la grande influence de la structure de grains sur les propriétés mécaniques.

L'analyse et la quantification de la qualité d'un produit coulé restent difficiles à établir, puisqu'elles dépendent beaucoup de l'usage de ce produit et de l'alliage dans lequel il est réalisé. Toutefois on peut dégager quelques caractéristiques générales, dans le cas des alliages d'aluminium et des aciers, qui sont considérées par les fondeurs, comme particulièrement importantes dans l'analyse de la structure de grains : qualité de la zone de peau, propreté inclusionnaire, large zone équiaxe par rapport à la zone colonnaire, absence de macroségrégations, grains fins en zone équiaxe, absence de porosité, absence de criques ou de retassures.

Or toutes ces caractéristiques sont influencées par le mouvement du métal liquide. C'est pourquoi, depuis quelque temps, un effort considérable a été réalisé en vue de rationaliser cette idée. Le problème en lui-même est complexe, puisque suivant les cas, plusieurs types d'écoulements peuvent apparaître en cours de solidification : en essayant de les classer par ordre d'apparition dans un processus classique de solidification, on peut citer la convection induite par le jet de coulée ou par la busette de coulée (coulée continue d'acier), la convection naturelle d'origine thermique ou solutale, l'alimentation en fin de solidification du fait du retrait. En réalité, bien qu'il s'agisse à chaque fois de mouvements du métal liquide, les ordres de grandeur de ceux-ci et les mécanismes mis en jeu sont très différents.

Nous ne nous intéresserons, dans la suite, qu'aux mouvements du liquide en avant du front de solidification en relation avec la structure de grains. Ainsi de nombreuses expériences ont mis en évidence ces relations (COLE et BOLLING, 1965, UHLMANN et coll. 1965).

Il est connu que la convection naturelle thermique peut jouer un rôle important dans le cas de grands lingots (KOHN, 1968, ANDREWS et GOMER, 1968), mais aussi sur des lingotins de laboratoire (DOHERTY et coll. 1977, WITZKE et RIQUET 1982). A ce sujet il est intéressant de rappeler les observations très suggestives réalisées par WITZKE et coll. (1979) sur la solidification d'une solution saline transparente. Les cristaux équiaxes apparaissent toujours au niveau où le courant liquide s'éloigne du front colonnaire et ce niveau monte progressivement avec l'extraction de la surchauffe. Cette observation met clairement en lumière une corré-

lation étroite entre le développement des cristaux équiaxes et les mouvements du liquide.

Parallèlement aux études sur l'influence de la convection naturelle, le brassage électromagnétique s'est avéré être une solution intéressante pour améliorer les structures de grains des aciers obtenus en coulée continue. Ce moyen a fait l'objet de nombreuses études à l'échelle industrielle bien synthétisées dans les articles de BIRAT et CHONE (1982) ou de MARR (1982). Ces recherches ont conduit à un rapide développement des brasseurs électromagnétiques sur les machines de coulée continue, bien que de nombreux problèmes restent encore posés (MELFORD 1980). D'un autre côté les expériences de laboratoire de ASAI et coll. (1978) étudient, de manière précise, l'effet des forces électromagnétiques, qu'elles soient produites par des courants continus ou alternatifs, sur les structures de solidification et mettent en évidence la nécessité d'avoir des mouvements à une échelle grande par rapport à celle de la structure dendritique.

Malgré le grand nombre de résultats expérimentaux obtenus, tant en convection naturelle qu'en brassage électromagnétique, les mécanismes d'action du mouvement du liquide sur les structures de solidification ne sont pas encore totalement compris. Il est certain qu'ils sont de diverses natures et que plusieurs mécanismes agissent peut-être simultanément. Ils dépendent, sans doute même, du dispositif expérimental utilisé.

D'une manière générale, l'effet le plus fondamental des mouvements convectifs est de modifier les transferts de chaleur et de masse, ce qui conduit à une variation du champ de température et de concentration dans le liquide. Plus précisément, concernant la zone colonnaire, le mouvement du liquide peut modifier la morphologie du solide formé. Ainsi les grains colonnaires se redressent dans le sens qui s'oppose au courant du métal liquide (TAKAHASHI et coll. 1976). A très fort brassage, TZAVARAS et WALLACE (1972) font remarquer que la zone colonnaire se transforme en zone de type cellulaire.

De plus des mouvements liquides dans la zone solide/liquide peuvent conduire à des effets de macroségrégations, du fait de la modification du bilan moyen de concentration en soluté. Ainsi un des effets classiques des forts brassages électromagnétiques en coulée continue est l'apparition de zones appauvries en soluté au niveau des brasseurs, dites "zones blanches" par référence aux empreintes Baumann (HURTUK et TZAVARAS, 1977). A ce sujet, deux mécanismes différents sont généralement invoqués : d'une part, une modification du volume compris entre les isothermes solidus et liquidus, qui conduit à une expulsion ou à une aspiration de soluté entre la zone solide/liquide et le liquide (FLEMINGS et NEREO, 1967), d'autre part, un effet de lavage du front ("washing effect") (TAKAHASHI et coll. 1977) par le courant de métal liquide entraînant le soluté vers le liquide.

Concernant les grains équiaxes, deux questions restent posées qui sont en relation étroite avec la convection dans le liquide : premièrement la formation de cristaux équiaxes en nombre suffisant, deuxièmement leur survie et leur grossissement après formation, pour aboutir à leur taille finale. De nombreux mécanismes ont été proposés pour expliquer la formation de grains : coalescence de branches de dendrites (JACKSON et coll. 1966, Mc DONALD et HUNT 1969), rupture de branches de dendrites (O'HARA et TILLER, 1967), cristaux formés à la surface libre (SOUTHIN, 1967). On peut donc considérer qu'il y a toujours assez de germes pour donner naissance à une zone équiaxe et que le problème est essentiellement lié à leur possibi-

lité de croissance. Une condition nécessaire pour la croissance équiaxe est que la chaleur latente soit évacuée par la zone colonnaire. Donc les cristaux équiaxes doivent croître à une température supérieure à la température de pointe de dendrites. Ce paramètre joue donc un rôle important et peut être estimé à partir du modèle de BURDEN et HUNT (1974). En plus de la surfusion colonnaire, un autre mécanisme nécessaire pour la croissance équiaxe doit être l'apparition d'une zone en surfusion constitutionnelle d'extension et d'intensité suffisantes, comme le montrent WITZKE et coll. (1981). Or, précisément cette condition est très liée aux transferts thermiques et solutaux, donc aux mouvements du liquide d'une manière plus générale.

En vue de mieux comprendre l'influence de la convection du liquide, soit naturelle, soit due au brassage électromagnétique, sur les structures de solidification, nous avons conçu un dispositif expérimental de coulée de lingots d'alliages d'aluminium, avec action sur le courant de métal recirculant par l'intermédiaire d'un inducteur à champ glissant.

Une première étape a consisté en une caractérisation détaillée du comportement électromagnétique, hydrodynamique et thermique du dispositif expérimental. En effet en vue de tirer des conclusions sur l'influence des écoulements sur la solidification, il était d'abord nécessaire d'une part de pouvoir les quantifier et d'autre part d'examiner leur action sur le champ thermique de la lingotière. Pour des raisons techniques, cette étape a été réalisée dans une situation de régime permanent, le métal étant encore entièrement liquide. Nous avons pu ainsi mesurer le champ magnétique, la densité de courant, les vitesses de métal liquide et la température dans plusieurs types d'écoulements, toutes ces mesures étant effectuées dans l'aluminium liquide aux environs de 670°C. Plus précisément, les mesures de vitesse qui sont les plus délicates à réaliser, ont été effectuées à l'aide de la sonde magnétohydrodynamique de RICOU et VIVES (1982).

Parallèlement une modélisation numérique bidimensionnelle du champ magnétique d'une part, du mouvement et de la température en régime permanent d'autre part, a été développée. Elle permet de simuler les cas de convection naturelle et de brassage électromagnétique. Les résultats calculés sont comparés aux mesures expérimentales. Cette comparaison permet d'ajuster certains paramètres du modèle et de valider ensuite la méthode de calcul.

A partir de cet acquis, le modèle a été transformé en vue de simuler les situations de solidification, tout en prenant toujours en compte les effets interactifs de l'hydrodynamique et de la thermique dans le liquide. Les résultats de cette modélisation permettent en particulier de prédire le comportement thermique du liquide pendant la phase d'évacuation de la surchauffe et en cours de solidification. Ils sont interprétés, dans la mesure du possible, avec l'appui des données de littérature sur les relations température-concentration en soluté-structures de solidification.

Enfin des expériences de solidification de lingots ont été réalisées. Les structures obtenues dans des conditions variées essentiellement de brassage, mais aussi de taille de lingot, de surchauffe et d'alliage, sont observées et comparées entre elles par métallographie. De plus, les résultats dans ce domaine sont analysés d'une part par rapport aux autres expériences en particulier concernant le brassage électromagnétique, d'autre part par rapport aux comportements prédits par la modélisation.



# CHAPITRE 1

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL  
ET MÉTHODES DE MESURES



## 1. INTRODUCTION

L'installation expérimentale réalisée doit permettre d'étudier dans les meilleures conditions possibles les effets de la convection soit d'origine naturelle, soit induite par un brassage électromagnétique, sur les structures de solidification. Elle se démarque donc des installations classiques de coulée de lingot en creusets du type de celles utilisées par DOHERTY et Coll. (1977), WITZKE et RIQUET (1982), pour leurs études sur la convection naturelle. Elle se rapproche par sa géométrie simplifiée du dispositif élaboré par ASAI (1978) pour l'étude de l'influence du brassage électromagnétique sur la solidification.

Ses dimensions relativement importantes pour une installation de laboratoire, avec une capacité maximum de la lingotière de l'ordre de 15 kg, doivent permettre d'une part d'instrumenter plus aisément, d'autre part des transpositions plus faciles aux cas industriels. La conception de l'installation correspond à son rôle polyvalent. D'une part, elle doit permettre une investigation fine, du même type que celles qui sont réalisées dans les installations en mécanique des fluides. D'autre part, des expériences de solidification de type classique doivent pouvoir être réalisées. C'est pourquoi quatre objectifs principaux ont été fixés.

Une bonne connaissance de l'influence de la convection sur la solidification nécessite d'avoir une action directe sur la vitesse du fluide. Or, en convection naturelle, le mouvement est directement lié aux gradients de température. Par addition d'une force électromagnétique, la vitesse peut être réglée pratiquement indépendamment de la température. Toutefois, pour permettre des comparaisons entre situations en convection naturelle et situations avec brassage électromagnétique, ce brassage doit avoir un effet comparable à la convection naturelle. C'est pourquoi l'utilisation en vertical d'un inducteur polyphasé à champ glissant, analogue à un moteur linéaire ou à une pompe électromagnétique, paraît particulièrement adaptée. On réalise ainsi un brassage asynchrone, c'est-à-dire que l'effet mécanique de brassage est dominant, alors que l'effet de chauffage par induction est négligeable.

L'investigation complète du champ de vitesse est une opération de longue durée, soit environ 2 heures. Elle nécessite donc de se placer dans un régime permanent du point de vue thermique et hydrodynamique. Cette condition implique, puisqu'il s'agit d'une lingotière, de pouvoir compenser dans certaines expériences, les flux thermiques de pertes à travers les parois, qui échangent avec l'extérieur, par un apport de chaleur.

En vue d'une modélisation des phénomènes, ceux-ci doivent rester, autant que possible, bidimensionnels : écoulement fluide, écoulement de chaleur. L'utilisation d'un inducteur à champ glissant conduit alors forcément à un cas plan, et non à un cas axisymétrique.

Les études métallurgique sur les lingots nécessitent de laisser se solidifier entièrement le métal. Une lingotière démontable facilite le démoulage des lingots.



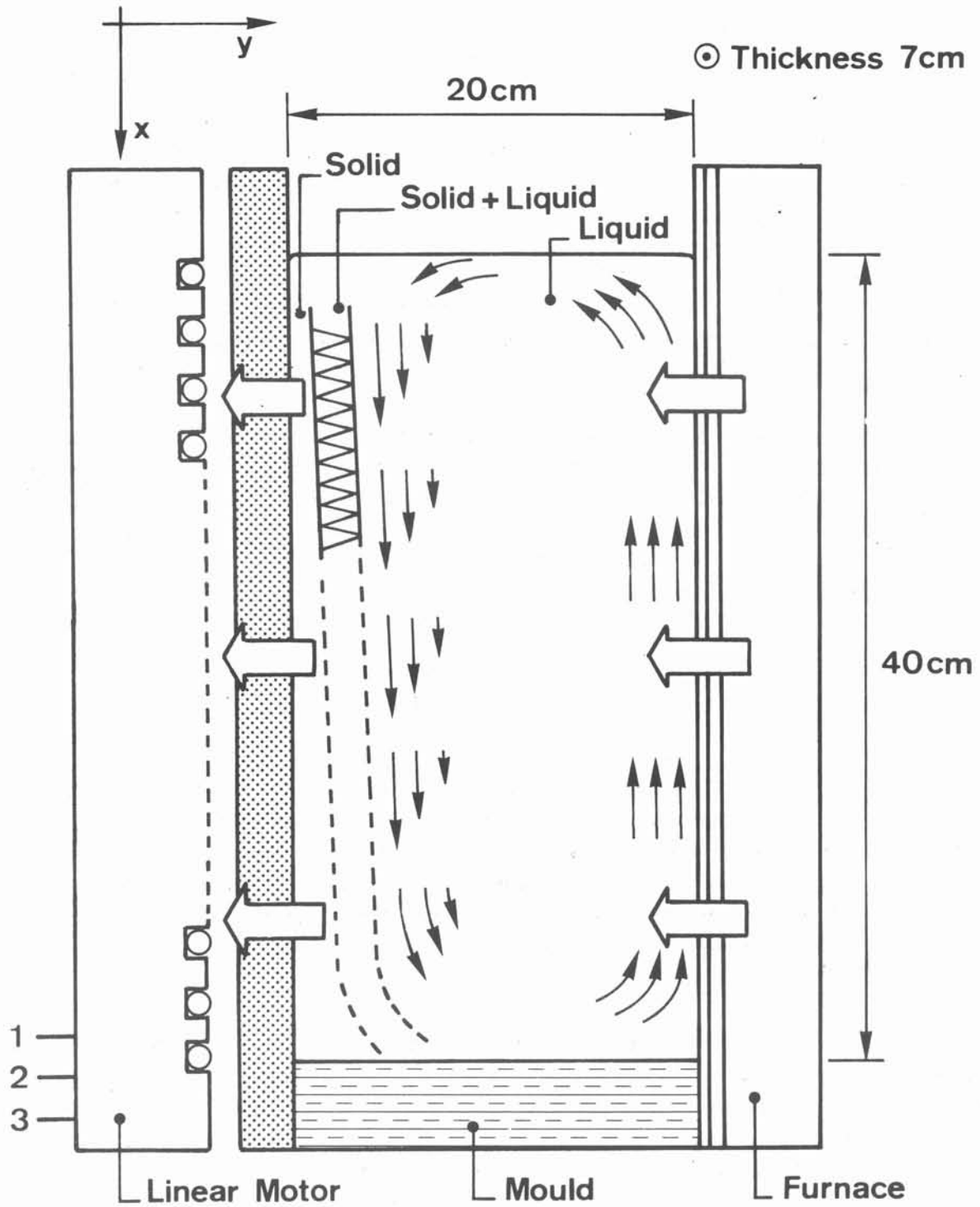


Figure 1.1 : Schéma du dispositif expérimental vu en coupe.

## 2. DESCRIPTION DU DISPOSITIF

Le métal, un alliage d'aluminium, est fondu dans un four basculant à creuset à induction moyenne fréquence. Il est coulé dans la lingotière par l'intermédiaire d'une goutte. La lingotière en elle-même, a une forme parallélépipédique. La figure 1 présente une vue en coupe de celle-ci. L'inducteur vient s'appliquer sur une des faces verticales ; il est refroidi à eau, ce qui assure que le début de solidification s'effectue sur cette face. Un four auxiliaire est adjoit à la paroi qui fait face à l'inducteur et sert à obtenir les régimes permanents. Les forces électromagnétiques peuvent soit s'additionner, soit se soustraire aux forces de convection thermique. Les autres parois sont au maximum isolées thermiquement, pour assurer une bonne bidimensionnalité au problème. Le dispositif expérimental est complété par un portique servant à positionner les sondes.

La lingotière en elle-même est entièrement démontable et s'appuie sur le four auxiliaire. Ses dimensions sont de 40 cm de hauteur, de 20 cm de longueur et de 7 cm de largeur. La hauteur et la longueur peuvent être diminuées à volonté. Ses principales caractéristiques sont reportées dans le tableau 1.1.

	NATURE DU MATERIAU	SYMBOLE UTILISE	VALEUR
Hauteur	/	H	400 mm
Longueur	/	l	200 mm
Epaisseur	/	b	70 mm
Face refroidissante	béton chargé en SiC	e	30 mm
Face chauffante	acier réfractaire NS30 protégé par un revêtement d'alumine	e'	4 mm
Fond et parois latérales	Panneau KAOWOOL en laine d'alumine	e''	100 mm

Tableau 1.1. Caractéristiques de la lingotière.

Pour assurer l'étanchéité de l'ensemble du système, la solution retenue consiste à interposer à chaque jonction de la fibre d'alumine en nappe, l'ensemble étant serré par des tirants à la fois horizontaux et verticaux.

L'inducteur à champ glissant (moteur linéaire) nous a été prêté par le Centre de Recherches d'Aluminium Pechiney. Son but est de créer un champ magnétique se déplaçant parallèlement à l'inducteur (champ magnétique glissant). Il est alimenté en triphasé avec une fréquence de 50 Hz, ce qui assure une profondeur de pénétration du champ dans le métal de l'ordre de 3 cm. La figure 1.2 donne le principe d'un tel type d'inducteur.

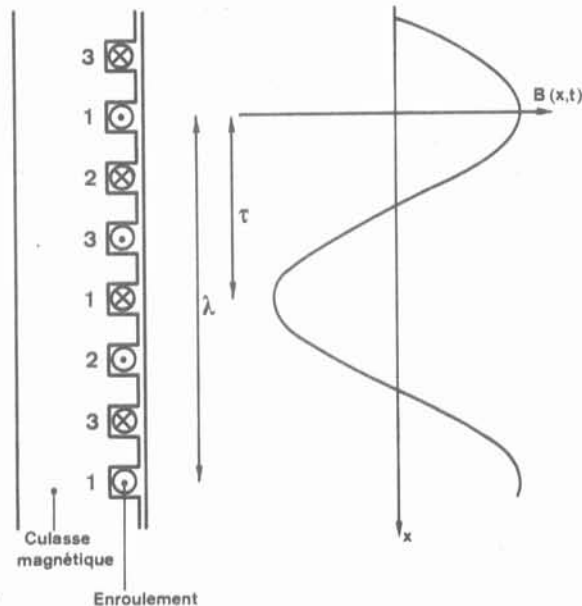


Figure 1.2 : Principe d'un inducteur à champ glissant.

Le champ est obtenu à l'aide d'un enroulement périodique, de période  $\lambda$ , alimenté en triphasé (succession des phases 1 - 2 - 3). On ne retient que la première harmonique de la variation spatiale de la force magnétomotrice. Donc le champ magnétique  $B(x,y,t)$  est de la forme  $B_0(y) \cos(\omega t - kx)$ , où  $k$  est le vecteur d'onde, donc  $k$  est égal à  $2\pi/\lambda$ . Le pas polaire  $\tau$  est la moitié de la longueur d'onde  $\lambda$ .

De plus, la faible fréquence utilisée évite pratiquement tous les effets de chauffage par induction : l'inducteur ne sert qu'au brassage. L'intensité par phase est réglable de manière discrète entre 245 et 545 A, soit un champ normal directement contre la paroi de la lingotière de l'ordre de 10 mT à 23 mT. Le pas polaire a été déterminé expérimentalement en l'absence de tout plan de bobinage : chaque phase a été alimentée en continu. A partir des courbes de champ mesurées à l'aide d'une sonde à effet Hall, la structure du bobinage (deux conducteurs par pôle et par phase) et la valeur du pas polaire (7,2 cm) ont pu être déterminées. La longueur totale de l'inducteur correspond à six fois le pas polaire. La vitesse de synchronisme  $V_s$  est de 7,2 m/s.

Le four auxiliaire sert à fournir à la lingotière un flux égal au flux de pertes par la partie solidifiée. Un calcul thermique approché en régime permanent montre que ce flux est de l'ordre de 60 kW/m<sup>2</sup> pour une surchauffe de l'ordre de 10°C entre face chaude et face froide. Cette valeur de flux importante nécessite l'utilisation d'un four avec baguettes de carbure de silicium, accolé à la lingotière.

### 3. METHODES DE MESURES

#### 3.1. Mesures de champ magnétique

Les mesures de champ magnétique sont réalisées en mesurant la tension induite par celui-ci dans un capteur à spires. La loi de Lenz relie la f.e.m.  $e$  aux bornes du capteur à la variation du flux  $\phi$  qui le traverse :

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

soit 
$$e_{\text{eff}} = k \omega B_{\text{eff}}$$

avec  $k$  constante de proportionnalité ne dépendant que de la géométrie du capteur ( $k = ns$  dans le cas d'un capteur à  $n$  spires de section  $s$ ).

Seule la composante normale au plan de l'inducteur a été mesurée dans le plan de symétrie de l'installation (x,y). La faible fréquence du champ (50 Hz) impose un facteur  $k$  relativement important pour obtenir une précision suffisante. La bonne définition de la position suivant la normale  $y$  à l'inducteur, qui est imposée par la décroissance exponentielle du champ, conduit à élaborer un capteur plat en spirale. Ceci suppose que le champ reste relativement uniforme dans le plan (x,z) parallèle à l'inducteur, au voisinage du plan de symétrie.

Le capteur est constitué de fil inox, gainé inox (câble COAX) de diamètre extérieur 0,5 mm. Huit spires sont enroulées en spirale autour d'un noyau de diamètre 6 mm. Les

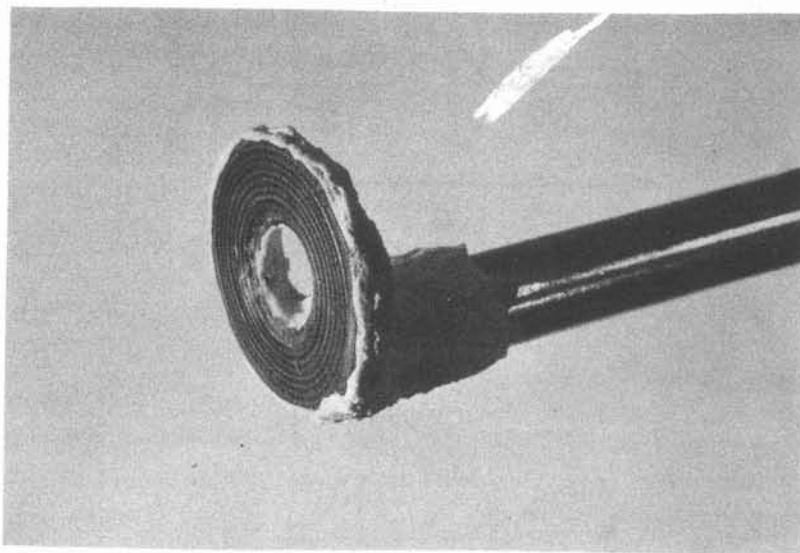


Figure 1.3 : Sonde de mesure du champ magnétique.

fils de mesure sont éloignés autant que possible de la zone de champ intense, en donnant au porte-sonde une forme coudée, pour atténuer les flux parasites. Enfin, la sonde en elle-même est revêtue d'une fine couche de ciment d'alumine, ce qui permet d'effectuer des mesures dans l'aluminium liquide.

Le capteur est étalonné préalablement, en le plaçant au centre d'un solénoïde de grandes dimensions, où le champ est supposé localement uniforme. Les mesures de composante normale du champ sont effectuées soit dans la lingotière vide, soit dans l'aluminium liquide, dans le plan de symétrie verticale (x,y). L'influence de trois paramètres est étudiée : intensité du courant sur phase dans l'inducteur, décroissance du champ suivant la distance normale à l'inducteur, variation du champ parallèlement à l'inducteur (effet de bords).

### 3.2. Mesures de densité de courant

Le principe de la mesure de densité de courant consiste à mesurer en courant alternatif la différence de potentiel  $V$  entre deux électrodes, distantes de  $d$ .

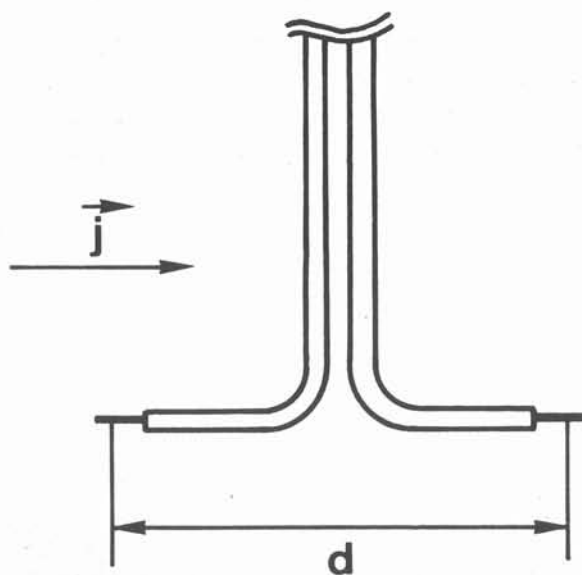


Figure 1.4 : Sonde de densité de courant.

D'après la loi d'Ohm :

$$j = \sigma E = \sigma \frac{V}{d}$$

En réalité, la sonde est préalablement étalonnée dans du mercure, parcouru par une densité de courant uniforme. D'après les hypothèses de bidimensionnalité, le vecteur densité de courant doit être dirigé suivant  $z$ . C'est pourquoi seule la mesure de cette compo-

sante a été réalisée, en étudiant d'une part la décroissance suivant la distance normale à l'inducteur y, d'autre part la variation suivant x parallèlement à l'inducteur.

### 3.3. Mesures de température

Les mesures sont effectuées à l'aide d'un ou de plusieurs thermocouples chromel-alumel, gainés en acier inox et de diamètre extérieur 1 mm. Ils sont coudés ou débouchent par les faces latérales, de telle sorte que le support du thermocouple ne soit pas dans le plan de mesure.

Les mesures sont effectuées uniquement dans le plan (x,y). En effet, nous avons vérifié que les gradients de température transversaux mesurés sont inférieurs à la précision des thermocouples : ceci montre donc que l'isolation des faces latérales est bien réalisée.

### 3.4. Mesures de vitesse

L'intérêt croissant des métallurgistes pour les conséquences en situation industrielle des mouvements du liquide a amené un grand effort de recherches en vue d'obtenir des informations quantitatives ou même semi-quantitatives sur les écoulements de métaux liquides. Or, les métaux d'intérêt industriel sont dans des gammes de températures élevées, donc d'accès difficile aux mesures : aluminium de l'ordre de 700°C, aciers de l'ordre de 1500°C.

Une première méthode consiste à travailler en similitude avec de l'eau. Cette méthode est particulièrement développée chez les aciéristes, pour étudier les busettes de coulée continue (SZEKELY et YADOWA, 1972), pour les poches brassés par jet d'argon (SZEKELY et WANG, 1976), et même pour le brassage électromagnétique simulé par des hélices (SUNDBERG, 1971, BIRAT et CHONE, 1982). Toutefois, cette dernière méthode n'est que très peu représentative du brassage électromagnétique.

La plupart des mesures dans les métaux liquides, brassés électromagnétiquement, ont été effectuées dans du mercure, à température ambiante. Plusieurs techniques ont été testées, dont deux donnent des résultats satisfaisants, avec indication précise de la vitesse locale en module et en direction. La première est classique en mécanique des fluides puisqu'il s'agit d'anémométrie à fil chaud (KOANDA et FAUTRELLE, 1982, TRAKAS et Coll. 1982). Toutefois, la forte conductibilité thermique du mercure et les risques de pollution de la sonde rendent la méthode d'un emploi très délicat (KOANDA 1982). De plus, cette méthode est limitée au fluide parfaitement isotherme de température inférieure à 80°C. Des essais récents tentent d'élargir cette technique au cas des alliages de WOOD (MURTHY et SZEKELY 1983).

La seconde technique consiste à mesurer la traînée produite sur un obstacle solide (sonde à traînée). Cette méthode, dont les premières tentatives ont été assez décevantes (SZEKELY et CHANG (a) 1977, CREMER 1979), donne actuellement, grâce à la technique de

sphère poreuse (MOORE et HUNT 1981), des résultats très satisfaisants et en très bon accord avec la modélisation effectuée par ailleurs (EVANS 1983). Cette technique semble même pouvoir se transposer aux situations industrielles, dans la mesure où seules les vitesses proches de la surface libre sont à estimer (EL KADDAH et Coll., à paraître, LILLICRAP, 1982).

Une autre solution envisagée consiste à travailler en similitude avec un liquide électriquement conducteur, mais transparent, pour permettre des mesures par anémométrie laser (SADOWAY et SZEKELY, 1980). Ce liquide est un électrolyte, en l'occurrence une solution transparente de KCl-LiCl. Toutefois, compte tenu de la faible conductivité électrique d'un électrolyte, de l'ordre de  $10^2 (\Omega.m)^{-1}$  à comparer à celle d'un métal, de l'ordre de  $10^7 (\Omega.m)^{-1}$ , la part du dégagement de chaleur par effet Joule par rapport au brassage électromagnétique, devient prépondérant dans le cas d'un électrolyte. Ainsi, en présence d'un champ de pesanteur, le phénomène dominant est la convection naturelle. C'est pourquoi des expériences de ce type sont envisagées en microgravité.

Les mesures dans des métaux liquides d'intérêt industriel sont rares, comme le fait remarquer LEHNER (1981).

Une information partielle peut être obtenue en filmant le mouvement de particules flottant sur la surface libre (TARAPORE et Coll. 1977, SZEKELY et CHANG (b)1977). Cette indication, toute fragmentaire qu'elle soit, est cependant parfois bien utile.

L'utilisation de traceurs chimiques ou radioactifs permet d'avoir des informations sur le mouvement d'ensemble du fluide (KOHN 1968, ANDREWS and GOMER 1968).

La méthode basée sur la dissolution de tiges d'inox dans l'aluminium (JOHNSON 1978) ou de tiges de carbone dans l'acier (EL KADDAH) donnent des informations à interpréter plutôt en termes de transfert de masse qu'en termes de vitesses locales, puisqu'à la fois les paramètres vitesse et énergie cinétique turbulente interviennent dans cette méthode.

Nous avons utilisé la sonde magnétohydrodynamique (RICOU et VIVES, 1982) dont le principe est le suivant.

La sonde consiste en deux paires d'électrodes en fil inox gainé inox placées en croix autour d'un petit aimant permanent cylindrique de diamètre 4 mm (figure 1.5). Le mouvement du métal autour de la sonde provoque une différence de potentiel entre deux des électrodes placées symétriquement. Chaque paire d'électrodes permet de mesurer la composante de vitesse qui lui est perpendiculaire. Ainsi la sonde permet de réaliser simultanément la mesure de deux composantes de vitesse.

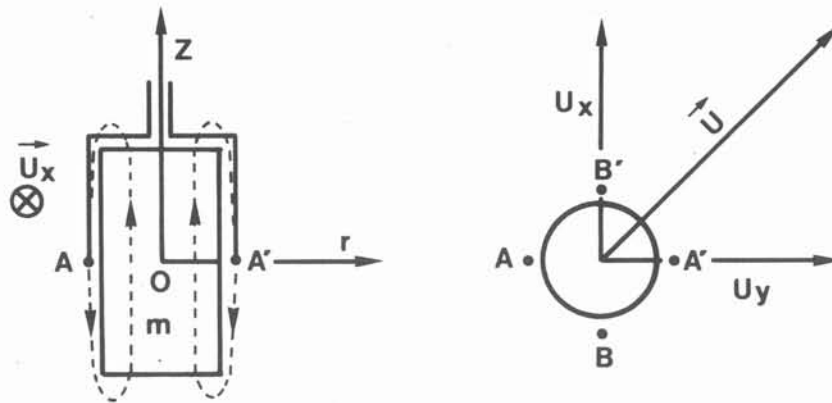


Figure 1.5 : Principe de la sonde de vitesse de RICOU et VIVES.

A partir de tests dans différents écoulements simples avec des métaux variés (mercure, plomb, étain ...), RICOU et VIVES (1982) ont montré que la réponse de la sonde est linéaire en fonction de la vitesse du fluide. Toutefois, il convient d'appliquer une correction de la pente, tenant compte de l'affaiblissement du champ de l'aimant permanent avec la température et plus particulièrement aux abords du point de Curie. La réponse typique d'une sonde dans l'aluminium est de  $1 \mu\text{V}$  par  $\text{cm.s}^{-1}$ . Une des limitations d'emploi de la sonde est la température de Curie. Des mesures peuvent être effectuées jusqu'à  $700^\circ\text{C}$ , ce qui est suffisant pour l'aluminium liquide.

Dans le cas de nos mesures, où l'écoulement est turbulent, la d.d.p. est mesurée à l'aide d'un voltmètre intégrateur SOLARTRON. Ainsi on obtient la valeur moyenne et l'écart-type de la vitesse. Le temps d'intégration généralement retenu dans nos essais est de l'ordre de 1 à 3 minutes. Toutefois, il dépend du niveau local de turbulence. Donc la mesure est prise quand la moyenne devient stable dans le temps. Les deux composantes mesurées sont celles situées dans le plan  $(x,y)$ , en plaçant la sonde dans le plan médian suivant la troisième direction  $z$ . Le porte-sonde n'est pas placé dans le plan de mesure et ne vient donc pas perturber l'écoulement, car il est coudé. La sensibilité minimale de la sonde est de l'ordre de 2 à 4  $\text{cm/s}$ , ce qui ne permet pas d'effectuer de mesures en convection naturelle et limite son champ d'application au cas du brassage électromagnétique.





## C H A P I T R E   I I

EFFETS ÉLECTROMAGNÉTIQUES, HYDRODYNAMIQUES  
ET THERMIQUES EN LINGOTIÈRE D'ALUMINIUM :  
EXPÉRIENCES EN ÉTAT PERMANENT ET MODÉLISATION,  
EN CONVECTION NATURELLE OU EN BRASSAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE



## 1. INTRODUCTION

Avant de nous intéresser au problème de solidification en présence de courants convectifs dans le liquide et à ses implications métallurgiques, il nous a paru nécessaire de caractériser précisément le comportement électromagnétique, hydrodynamique et thermique de l'installation expérimentale de coulée de lingots. En effet, plusieurs régimes peuvent apparaître suivant que la convection naturelle agit seule ou qu'une recirculation est imposée à l'aide d'un inducteur à champ glissant.

Cette caractérisation a comporté d'une part des mesures, dont les techniques ont été exposées au chapitre 1, d'autre part une modélisation des effets interactifs du comportement thermique et hydrodynamique. Pour des raisons de commodité, les mesures ont été réalisées dans une situation de régime permanent, le métal étant entièrement liquide. Cette solution permet également une modélisation avec un minimum d'hypothèses simplificatrices.

Un certain nombre d'études visent à comparer résultats expérimentaux et calculs relatifs à la fois aux aspects hydrodynamiques et thermiques de la convection naturelle de métaux liquides dans des cavités. On peut citer par exemple la synthèse sur ces travaux, publiée par COLE en 1969. Les mesures réalisées sont des mesures de température, mais corrélées avec des estimations hydrodynamiques (SZEKELY et CHABRA, 1970)(CHIESA et GUTHRIE, 1971). STEWART et WEINBERG (a) (1972) ont même visualisé la convection naturelle par autoradiographie.

Certaines modélisations s'appuient sur la théorie des couches-limites dans le cas d'une plaque verticale infinie (WITZKE et Coll. 1981). Toutefois, la transposition au cas d'un écoulement recirculant paraît difficile. Le modèle proposé par GILL (1966) ne s'applique facilement qu'aux fluides à grand nombre de PRANDTL, ce qui n'est pas du tout le cas des métaux liquides. De nombreuses méthodes numériques ont également été mises en oeuvre pour caractériser la convection naturelle dans les métaux liquides. On peut citer les calculs de STEWART et WEINBERG (b) (1972) et les calculs en régime transitoire de SZEKELY et TODD (1971). Toutefois, l'ensemble de ces modèles adoptent des conditions aux limites de parois chaude et froide isothermes, ce qui est assez irréaliste dans le cas de notre dispositif. Le modèle de DESAI et RASTEGAR (1980) adopte des conditions aux limites établies expérimentalement par RUDDLE (1957).

D'un autre côté, les études concernant le brassage électromagnétique dans le domaine de la métallurgie sont nombreuses. En effet, dans certains procédés, le brassage est recherché et même provoqué : brassage sous la sole des fours à arc, brassage en poche de traitement, brassages en coulée continue qu'ils soient effectués au niveau de la lingotière ou en zone secondaire, brassage dans les fours à induction, avec toutefois la restriction que, dans ce dernier cas, l'effet de chauffage est prioritaire par rapport à l'effet de brassage.

Ces dispositifs électromagnétiques fonctionnent par induction, donc avec des courants alternatifs. Il convient de distinguer deux types de brassage (MOREAU, 1980) :

- d'une part le brassage par champ pulsant, produit par des inducteurs monophasés. C'est par exemple le cas des fours à induction. Le brassage est répulsif : il apparaît à cause des effets de bords (FAUTRELLE, 1981), du fait de la déviation des lignes de champ magnétique par la charge métallique.
- d'autre part, le brassage par champ glissant ou tournant, qui est produit par des inducteurs polyphasés. Ce type de brassage est par exemple utilisé sous des formes très variées en coulée continue d'acier (ALBERNY et Coll. 1982). Le brassage est dit asynchrone : le fluide suit, avec un certain glissement, le déplacement du champ magnétique, de la même façon que dans les moteurs asynchrones, le rotor suit le déplacement du champ créé par le stator.

Par ailleurs, des effets magnétohydrodynamiques peuvent se produire dans d'autres procédés métallurgiques, sans que ceux-ci aient été conçus à cet effet : cuves à électrolyse d'aluminium, refusion à l'arc sous laitier (ESR), soudage à électrode inerte de tungstène sous gaz (TIG), soudage vertical sous laitier (ESW). Ces situations correspondent à des installations à conduction, où les courants souvent continus circulent entre des électrodes. L'effet de brassage apparaît alors du fait de la divergence des lignes de courant électrique dans le métal.

Compte tenu de la difficulté d'effectuer des mesures de vitesse dans les métaux liquides (chapitre 1), la plupart des études de caractérisation du brassage électromagnétique appliqué à la métallurgie sont théoriques. La modélisation des écoulements en présence de forces électromagnétiques repose toujours sur la résolution des équations couplées de l'électromagnétisme et de l'hydrodynamique en régime turbulent. En reprenant l'analyse faite précédemment, on peut citer les travaux de EVANS (1981) dans les cuves à électrolyse, ceux de CHOUDHARY et SZEKELY (1980) et de KREYENBERG et SCHWERTFEGER (1979) pour le procédé ESR, ceux de OREPER et SZEKELY (à publier) en soudage TIG, ceux de DILAWARI et Coll. (1978) en soudage ESW. D'un autre côté, la modélisation des fours à induction a été particulièrement détaillée (TARAPORE et EVANS, 1976, SZEKELY et NAKANISHI, 1975, BARBIER et Coll. 1982). Des calculs sur les poches de traitement (R. VASSE et Coll. 1982) ont été également réalisés. Paradoxalement, la modélisation des brasseurs en coulée continue semble être moins bien développée (VAN DEN HOVE, 1982, TACKE et SCHWERTFEGER, 1979) sans doute à cause des difficultés liées à la géométrie souvent tridimensionnelle ou au caractère parfois non découplé des problèmes électromagnétique et hydrodynamique.

Toutefois, quelques tentatives ont permis de comparer plus précisément les résultats d'expérience et de modélisation, comme par exemple les travaux de TARAPORE (1982) dans les cuves à électrolyse, ceux de CHOUDHARY et Coll. (1982) dans le procédé ESR et ceux de KOANDA et FAUTRELLE (1982) ou de EVANS et LUMPANY (1983) dans les fours à induction.

L'accord entre mesures et calculs pose encore des problèmes, liés d'une part à la qualité des mesures, d'autre part au traitement de la turbulence dans les modèles théoriques.

Concernant le brassage asynchrone par inducteur à champ glissant dans un métal liquide recirculant, qui représente le cas de notre dispositif expérimental, les études restent relativement peu nombreuses (SUNDBERG, 1971). En effet, les inducteurs à champ glissant sont plutôt appliqués au cas des pompes électromagnétiques (VERTE, 1965). Toutefois, un intérêt industriel plus important pour ce type de brasseur s'est dégagé très récemment avec d'une part les rouleaux brasseurs IRSID-CEM en zone secondaire de coulée continue (NEU et Coll. 1982), d'autre part le procédé de brassage de brames en lingotière développé par NIPPON STEEL (YAMAHIRO et Coll. 1982).

Par rapport aux travaux qui viennent d'être décrits, notre étude présente trois caractéristiques propres. Premièrement, elle a été effectuée dans le même dispositif expérimental que le dispositif de coulée de lingot. Les conditions d'étude de certains phénomènes, comme la convection naturelle, sont moins optimales que dans le dispositif d'autres expérimentateurs (STEWART et WEINBERG (b) 1972). En particulier, nous sommes amenés à utiliser trois paramètres ajustables pour recaler les résultats des calculs de température sur les mesures. Toutefois cette option nous permet une transposition plus facile des résultats de l'étude en régime permanent au cas de la solidification en lingotière.

Deuxièmement, nous pouvons étudier dans les mêmes conditions, la convection naturelle et le brassage électromagnétique. En effet, les forces électromagnétiques ont la même direction que les forces d'Archimède, toutes les deux sont des forces volumiques, essentiellement concentrées au voisinage d'une des parois. Les deux situations peuvent donc être comparées facilement.

Enfin, les mesures des principales grandeurs électromagnétiques (champ magnétique, densité de courant), hydrodynamique (vitesse) et thermique (température) ont été réalisées dans l'aluminium liquide, donc dans des conditions très proches de la coulée de lingots : il n'y a pas de problème de similitude. Concernant la modélisation numérique, elle a été adaptée au dispositif expérimental à partir de modèles déjà existants et transformée pour tenir compte des caractéristiques propres de l'installation.

## 2. EFFETS ELECTROMAGNETIQUES

### 2.1. Calcul du champ magnétique et des forces électromagnétiques

Le calcul du champ magnétique et des forces électromagnétiques peut être effectué indépendamment de celui du mouvement et du champ de température. En effet, d'une part le champ magnétique n'est pas en première approximation, convecté par le métal liquide, comme nous allons le montrer ; d'autre part, dans les plages de température considérées, la conductivité électrique du métal varie peu, tant qu'il ne se forme pas de solide.

### 2.1.1. Equations générales

Dans le métal liquide, les équations de MAXWELL et la loi d'OHM s'écrivent :

$$\text{rot } E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad |1|$$

$$\text{rot } B = \mu j \quad |2|$$

$$\text{div } B = 0 \quad |3|$$

$$\text{et } j = \sigma (E + v \wedge B) \quad |4|$$

Elles conduisent à l'équation de l'induction :

$$\mu \sigma \frac{\partial B}{\partial t} = \mu \sigma \text{rot} (v \wedge B) + \Delta B \quad |5|$$

Dans le cas du vide ou d'un milieu isolant ( $\sigma = 0$ ), le champ magnétique est harmonique.

Connaissant le champ magnétique, la densité de courant  $j$  se déduit de l'équation |2|

$$j = \frac{1}{\mu} \text{rot } B$$

D'autre part, les forces électromagnétiques (forces de Laplace) s'expriment en fonction de la densité de courant et du champ magnétique :

$$f = j \wedge B \quad |6|$$

### 2.1.2. Ordres de grandeur et simplifications

Dans le cas d'un champ magnétique glissant, une échelle de longueur tangentielle s'impose a priori : il s'agit du pas polaire de l'inducteur  $\tau$ . L'équation |5| s'écrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\mu \sigma \tau^2}{t_c} \frac{\partial B'}{\partial t'} = R_m \text{rot}' (v' \wedge B') + \Delta' B' \quad |7|$$

avec

$R_m = \mu \sigma V_0 \tau$  : nombre de Reynolds magnétique

$B_0$  : valeur caractéristique du champ magnétique

$V_0$  : valeur caractéristique de la vitesse du fluide

$t_c$  : temps caractéristique

et  $B' = B/B_0$  ,  $v' = v/V_0$  ,  $\text{rot}' = \tau \cdot \text{rot}$  ,  $\Delta' = \tau^2 \cdot \Delta$  ,  $t' = t/t_c$

Il est connu que le glissement est très fort dans une installation de ce type, qui s'apparente à une pompe à induction. On peut considérer que la vitesse du fluide est de l'ordre de 1 % de la vitesse de synchronisme  $V_s$ . Donc le nombre de Reynolds magnétique est très petit devant 1 ( $R_m$  de l'ordre de  $4.10^{-2}$ ), ce qui est classique dans les installations de petite échelle. On peut donc négliger le terme de convection  $|\text{rot}(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})|$  devant le terme de diffusion  $|\Delta \mathbf{B}|$  dans l'équation [5]. Le calcul du champ magnétique est aussi découplé de celui du champ de vitesse. Dans ce cas-là, le champ magnétique, induit par un courant sinusoïdal de fréquence  $f$ , est lui-même sinusoïdal et de même fréquence. En notations complexes :

$$\mathbf{B}' = \text{Re} (\hat{\mathbf{B}}' \exp i \omega t)$$

L'équation [7] devient alors

$$i R_\omega \hat{\mathbf{B}}' = \Delta' \hat{\mathbf{B}}' \quad [8]$$

où  $R_\omega = \mu \sigma \omega \tau^2$  est le paramètre d'écran.

L'expression de la force électromagnétique [7] comprend donc deux parties : une valeur moyenne et une pulsation à la fréquence double du courant excitateur. Seule la partie moyenne de la force est à considérer, car d'une part, en géométrie bidimensionnelle, le rotationnel des forces électromagnétiques est indépendant du temps (GARNIER 1982), d'autre part l'inertie et la viscosité du fluide l'empêchent de suivre des fluctuations de fréquence 100 Hz. Si  $\bar{\mathbf{f}}$  est la force moyenne, alors

$$\bar{\mathbf{f}} = \frac{B_o^2}{2 \mu \tau} \text{Re} (\hat{\mathbf{j}}' \wedge \hat{\mathbf{B}}'^*) \quad [9]$$

(\* : complexe conjugué)

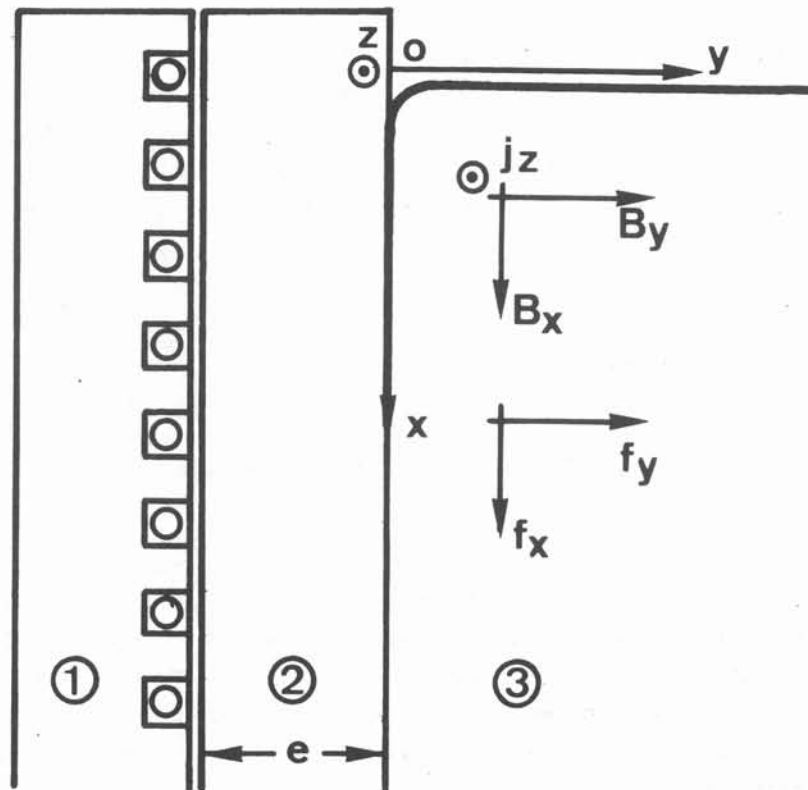
Un calcul complet du champ magnétique d'une part serait tridimensionnel, d'autre part nécessiterait de connaître le plan détaillé du bobinage de l'inducteur. Puisque nous nous intéressons essentiellement au comportement dans le plan médian perpendiculaire à l'inducteur, nous supposons qu'il n'y a pas d'effets de bords suivant  $z$ , dus à la largeur limitée de l'inducteur et de la lingotière (figure 2.1).

Cette hypothèse revient à considérer que l'inducteur et la lingotière sont infiniment larges. Dans ce cas, en effet, le champ magnétique n'a que deux composantes suivant  $x$  et  $y$ . La densité de courant est dirigée suivant la direction infinie : les courants induits se referment à l'infini dans cette hypothèse. Les forces électromagnétiques n'ont alors que deux composantes dans le plan  $(x,y)$ .

D'autre part, pour s'affranchir de la structure complexe de l'inducteur (conducteurs placés dans des encoches de la culasse), celle-ci est remplacée par une nappe de courant équivalente de densité  $J_s$  (VAN DEN HOVE, 1982). La condition à la limite au niveau de l'inducteur peut alors être obtenue par le théorème d'Ampère :

$$\text{Pour } y = -e, \quad B_x = \mu J_s \quad [10]$$





*Figure 2.1 : Projections du champ magnétique, de la densité de courant et des forces électromagnétiques dans les hypothèses considérées.*

- 1 Inducteur
- 2 Moule électriquement isolant
- 3 Métal

Enfin, une analyse plus fine conduit à distinguer deux échelles de longueurs, une échelle tangentielle déjà citée  $\tau$  et une échelle normale  $l_n$  et deux références pour le champ magnétique  $B_n$  et  $B_t$ . L'équation de continuité du champ magnétique [3] donne :

$$B_n = B_t \frac{l_n}{\tau}$$

$B_t$  est donné par la condition à la limite à l'inducteur. D'après la loi d'Ohm [4], un ordre de grandeur  $j_t$  de la densité de courant peut être obtenu :

$$j_t = \sigma V_s B_n$$

où

$V_s$  est la vitesse de synchronisme du champ glissant.

Les ordres de grandeur sont alors pour les forces électromagnétiques suivant la normale  $f_n = \sigma V_s B_n B_t$ , suivant la tangente  $f_t = \sigma V_s B_n^2$ . Il reste à déterminer l'échelle normale de longueur  $l_n$ .

Pour les faibles valeurs de  $R_\omega$  ( $R_\omega \ll 1$ ), c'est-à-dire dans le cas des basses fréquences, le champ magnétique est harmonique. L'échelle  $l_n$  est alors la même que l'échelle tangentielle  $\tau$ , et les deux références  $B_n$  et  $B_t$  sont identiques. Cette situation correspond au cas des brasseurs industriels à champ glissant développés par ASEA avec une fréquence d'alimentation de 4 Hz (SUNDBERG, 1971). Pour les grandes valeurs de  $R_\omega$  (haute fréquence), l'échelle  $l_n$  est alors de l'ordre de  $(\mu \sigma \omega)^{-1/2}$  d'après l'équation [8]. On retrouve le phénomène classique d'effet de peau. La référence normale du champ magnétique est petite par rapport à la référence tangentielle. Les forces électromagnétiques sont essentiellement normales.

Dans le cas de notre installation, avec une fréquence de 50 Hz, le paramètre d'écran  $R_\omega$  vaut de l'ordre de 10. Il s'agit donc d'une valeur intermédiaire, où les deux effets se combinent.

Cette situation ne correspondant pas à un cas asymptotique, nécessite un calcul plus détaillé. Deux approches sont envisagées : un calcul analytique dans une situation idéalisée et un calcul numérique dans la situation réelle.

### 2.1.3. Résolution analytique dans le cas d'un inducteur et d'une lingotière de hauteur infinie

L'hypothèse de dimension infinie suivant la direction  $x$  peut être justifiée indépendamment de la facilité de calcul qu'elle apporte. Dans notre installation, le métal perturbe relativement peu le champ magnétique par sa présence. En effet, l'atténuation d'un champ glissant dans le vide est déjà exponentielle, contrairement au cas d'un champ monophasé où l'atténuation est en  $1/r$ . D'autre part, le phénomène d'effet de peau est relativement limité, du fait de la fréquence basse, avec une valeur de  $R_\omega$  de l'ordre de 10. Donc on peut estimer que la déviation des lignes de champ au niveau des coins de la lingotière restera un phénomène de faible importance.

Ces remarques sont confirmées a posteriori par le calcul numérique. En première approximation, le brassage est supposé comme purement asynchrone.

Dans cette hypothèse, la densité surfacique de courant est dirigée suivant  $z$  et sa composante  $J_s$  est de la forme

$$J_s = J_0 \cos(\omega t - kx) \quad |11|$$

avec  $k = \pi/\tau$  vecteur d'onde

$J_0$  peut être relié à l'intensité du courant d'alimentation de l'inducteur :

$$J_0 = k NI \quad |12|$$

avec :  $I$  intensité par phase

$N$  nombre de conducteurs par phase et par pôle.

Comme le champ magnétique est à deux dimensions, il est intéressant d'utiliser la formulation en potentiel vecteur :

$$B = \text{rot } A \quad |13|$$

avec  $A = (0, 0, A_z)$

De plus, d'après la forme de  $J_s$ , la solution est de la forme :

$$A_z = \text{Re} [ \hat{A}_z(y) \exp i(\omega t - kx) ]$$

D'après l'équation |8|, par une transformation classique :

$$(k^2 + i \mu \sigma \omega) \hat{A}_z = \frac{d^2 \hat{A}_z}{dy^2} \quad |14|$$

La condition à la limite, |10|, devient :

$$\frac{\partial \hat{A}_z}{\partial y} = \mu J_0$$

En l'absence de métal, la solution dans le vide est donnée par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} B_x &= \mu J_0 e^{-k(y+e)} \cos(\omega t - kx) \\ B_y &= \mu J_0 e^{-k(y+e)} \sin(\omega t - kx) \end{aligned} \quad |15|$$

Dans le cas de la lingotière pleine, la solution dans le métal est alors :

$$\begin{aligned} B_x &= -B_0 e^{-\alpha^* y} \left[ \frac{\beta^*}{k} \cos(\omega t - kx - \beta^* y + \phi) + \frac{\alpha^*}{k} \sin(\omega t - kx - \beta^* y + \phi) \right] \\ B_y &= B_0 e^{-\alpha^* y} \cos(\omega t - kx - \beta^* y + \phi) \end{aligned} \quad |16|$$

avec

$$B_0 = \frac{\mu J_0 k}{|(k \operatorname{sh} k e + \alpha^* \operatorname{ch} k e)^2 + \beta^{*2} \operatorname{ch}^2 k e|^{1/2}}$$

$$\alpha^* = \left( \frac{k^2 + \sqrt{k^4 + \omega^2 \mu^2 \sigma^2}}{2} \right)^{1/2}$$

$$\beta^* = \left( \frac{-k^2 + \sqrt{k^4 + \omega^2 \mu^2 \sigma^2}}{2} \right)^{1/2}$$

$$(\alpha^* + i\beta^*)^2 = k^2 + i\mu\sigma\omega$$

et  $\phi$  déphasage donné qui dépend de l'origine des temps choisie.

La densité de courant est alors déduite de l'équation [7] :

$$j_z = -\frac{\sigma\omega}{k} B_0 e^{-\alpha^* y} \cos(\omega t - kt - \beta^* y + \phi) \quad [17]$$

et les forces électromagnétiques s'expriment par :

$$\overline{F}_x = \frac{\omega\sigma}{2k} B_0^2 e^{-2\alpha^* y} \quad [18]$$

$$\overline{F}_y = \frac{\omega\sigma}{2k} \frac{\beta^*}{k} B_0^2 e^{-2\alpha^* y}$$

Compte tenu des données, les différents paramètres prennent les valeurs suivantes :

$$\alpha^* = 48,2 \text{ m}^{-1}$$

$$\beta^* = 20,5 \text{ m}^{-1}$$

la profondeur de pénétration du champ dans le métal vaut  $\delta = 1/\alpha^*$ , soit 2,1 cm. On peut comparer cette valeur à la décroissance du champ magnétique dans le vide, qui vaut  $1/k$ , soit 2,3 cm. Ces deux valeurs sont donc très voisines. D'autre part, le rapport des champs magnétiques normaux à la paroi dans les cas lingotière vide et lingotière pleine de métal est égal à 0,923, donc assez voisin de 1. Ces deux remarques montrent la relativement faible perturbation du champ magnétique par le métal et valident l'hypothèse de hauteur infinie.

Les forces électromagnétiques ne dépendent pas de  $x$ , du fait de l'hypothèse de hauteur infinie.

#### 2.1.4. Calcul numérique

En vue d'estimer plus précisément les effets de bords, un calcul numérique a été effectué, prenant en compte la géométrie détaillée du dispositif. Ce calcul permet de plus de valider le calcul analytique approché, d'un emploi plus aisé pour l'étude du mouvement. Les conditions aux limites adoptées sont représentées sur la figure ci-après :

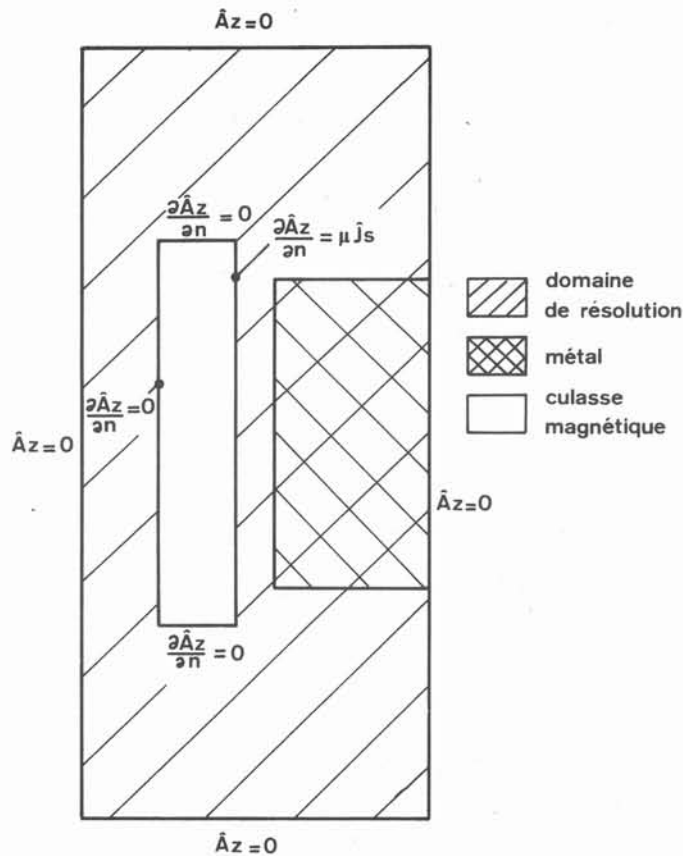


Figure 2.2 : Calcul numérique du champ magnétique : domaine et conditions aux limites.

La méthode de résolution est semblable à celle utilisée par BARBIER et FAUTRELLE (1982) dans les fours à induction, et s'appuie sur une méthode de différences finies développée par GOSMAN (1969). L'annexe A fournit des compléments sur la méthode de GOSMAN.

## 2.2. Résultats expérimentaux et comparaison avec la modélisation

Avant toutes mesures, l'action du brasseur sur le métal liquide est évidente. Lorsque les forces électromagnétiques sont dirigées dans le sens vertical descendant, on peut voir le mouvement des petites particules (oxydes, crasses, etc...) à la surface libre du métal. Lorsque les forces électromagnétiques sont dirigées en sens inverse, l'effet du brasseur est nettement plus visible, puisqu'il se forme en surface libre un dôme de métal. Ce dôme peut atteindre une hauteur de 50 mm pour la valeur maximale du brassage, compte tenu de la faible masse volumique de l'aluminium. Un dispositif fondé sur le même principe a été développé par ERNST et GARNIER (1982) en vue d'application industrielle à la coulée de tubes.

Toutes les mesures ont été réalisées soit dans la lingotière vide, soit dans la lingotière pleine de métal entièrement liquide.

Une première série de mesures consiste à positionner la sonde de champ magnétique ou de densité de courant à un emplacement donné dans le métal et à faire varier l'intensité du courant dans l'inducteur. Les figures 2.3 et 2.4 présentent ce résultat au point  $x = 180 \text{ mm}$  et  $y = 5 \text{ mm}$ . Les notions de "direct" et "inverse" sont une référence au sens de brassage. En effet, en champ glissant, suivant l'ordre d'alimentation des trois phases, l'onde de champ peut se déplacer soit dans un sens, soit dans l'autre, conditionnant ainsi le sens des forces électromagnétiques. Le vecteur d'onde  $k$  change de signe. Le terme "direct" correspond au cas de forces électromagnétiques verticales descendantes, donc à un mouvement dans le même sens que la convection naturelle. Le terme "inverse" correspond au sens opposé.

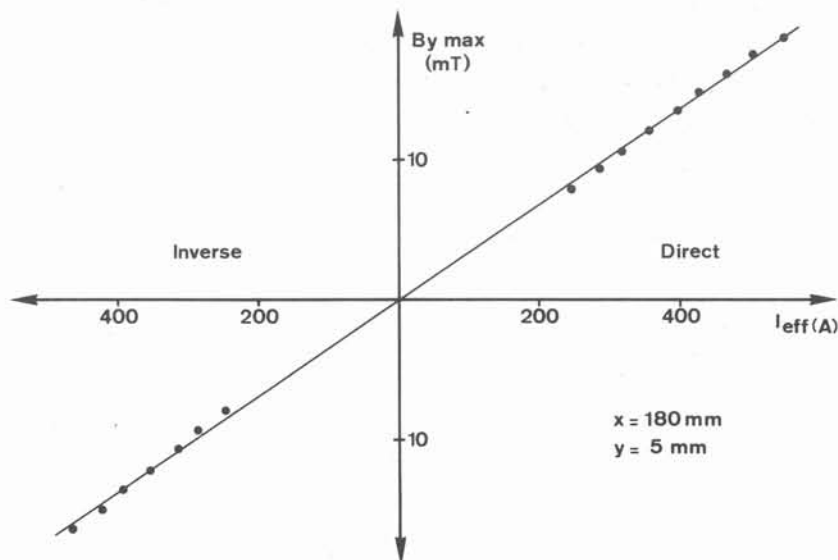


Figure 2.3 : Variation du champ magnétique normal à la paroi, en fonction de l'intensité.

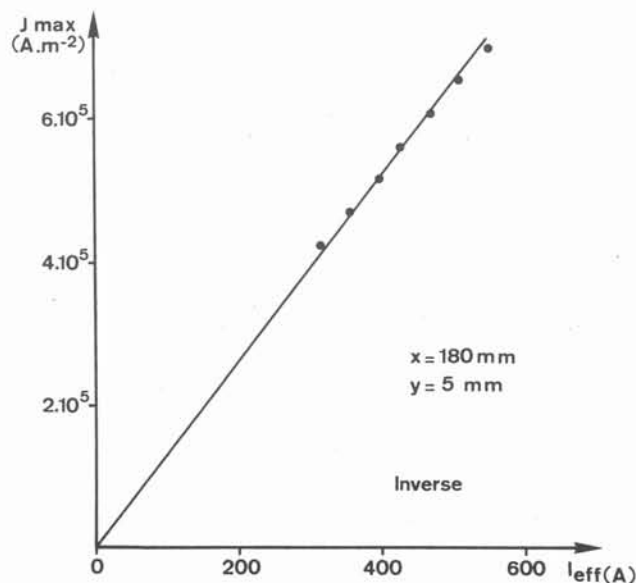
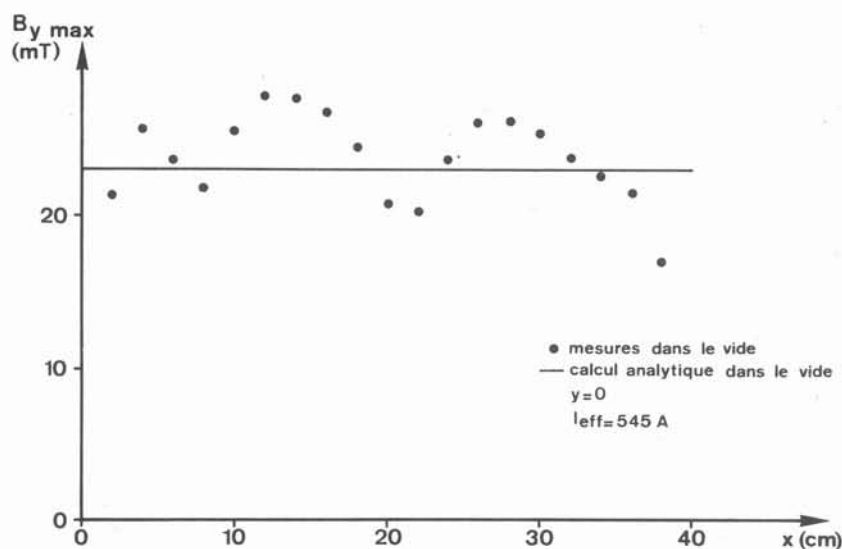


Figure 2.4 : Variation de la densité de courant en fonction de l'intensité.

La variation du champ magnétique et de la densité de courant est pratiquement linéaire en fonction du courant, ce qui était attendu. Ce résultat se vérifie en tout point du métal. Il semblerait qu'il y ait une légère déviation et que la droite des points de mesures ne passe pas exactement par l'origine. Ce défaut provient, à notre avis, d'un mauvais calibrage du zéro des voltmètres pour les faibles signaux alternatifs. L'utilisation de plusieurs voltmètres de marques différentes (KEITHLEY - DATRON - SOLARTRON) a montré une assez large dispersion des résultats (de l'ordre de 0,3 mV, soit 1,5 mT), qui pourrait expliquer cette erreur.

Un point de comparaison intéressant avec le calcul, consiste à faire le rapport des deux pentes des droites expérimentales. Le rapport  $J_{\max}/B_{y \max}$  est de l'ordre de  $3,8 \cdot 10^7 \text{ A.m}^{-2}.\text{mT}^{-1}$ . Or, d'après le paragraphe 2.1.3,  $J_{\max}/B_{y \max}$  est égal à  $\sigma V_s$ , soit à  $3,6 \cdot 10^7 \text{ A.m}^{-2}.\text{mT}^{-1}$ . L'accord est donc très satisfaisant. On remarque toutefois que cette méthode ne peut pas constituer une mesure de la conductivité  $\sigma$ , puisqu'elle intervient déjà dans l'étalonnage de la sonde de densité de courant.

Une deuxième série de mesures a été effectuée en déplaçant les capteurs parallèlement à la paroi verticale de la lingotière, suivant x, en vue d'étudier les effets de bords. Pour le champ magnétique, les mesures ont été réalisées directement contre la paroi, d'une part dans la lingotière vide (figure 2.5), d'autre part dans le métal liquide (figure 2.6).



*Figure 2.5 : Variation du champ magnétique normal le long de la paroi de l'inducteur (lingotière vide). Mesures et calculs.*

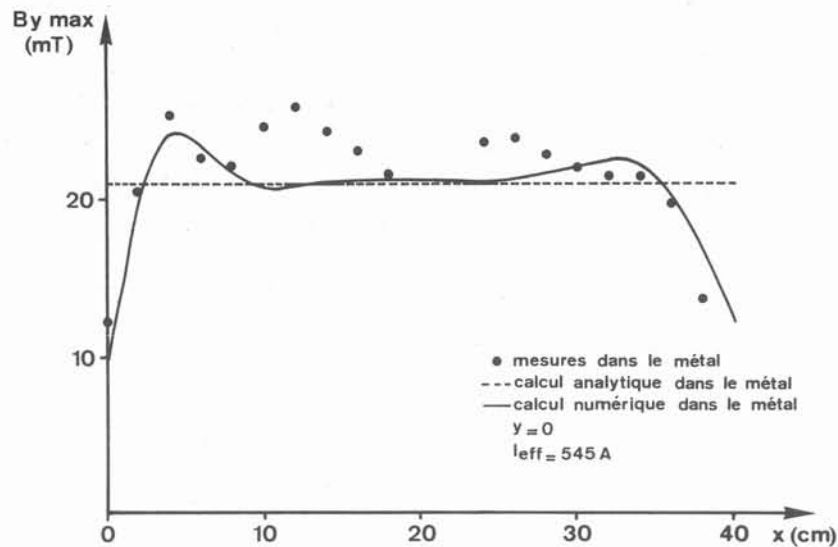


Figure 2.6 : Variation du champ magnétique normal le long de la paroi de l'inducteur (lingotière pleine de métal liquide). Mesures et calculs.

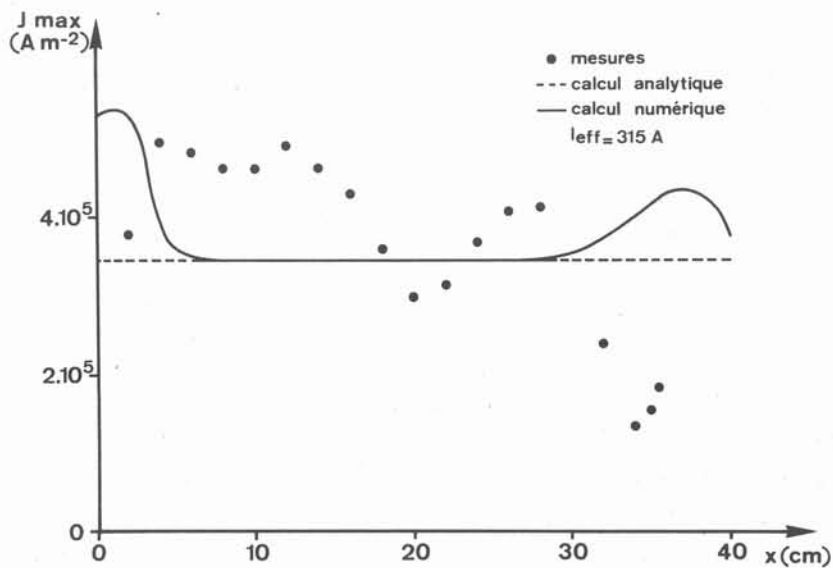
On constate qu'il y a des oscillations de grande amplitude du champ magnétique, de l'ordre de 7 mT dans le vide, plus atténuées dans le cas du métal (5 mT). La périodicité de ces oscillations correspond au double du pas polaire du champ glissant. Or, tout du moins au centre de l'inducteur, le champ devrait être uniforme, comme le montrent les droites de valeurs calculées. Le comportement du champ magnétique mesuré provient, à notre avis, d'un défaut de conception de l'inducteur et de son alimentation. En effet, l'alimentation des trois phases n'est pas parfaitement équilibrée, avec un défaut d'équilibrage de l'ordre de 10 % sur l'intensité. Or, il est bien connu des électrotechniciens que la présence de courant homopolaire, et surtout de courant inverse, peut conduire dans le cas des moteurs linéaires, à des variations de champ magnétique bien supérieures en valeur relative au déséquilibre de l'alimentation. Des tentatives de rééquilibrage du système sont restées infructueuses. En effet, le circuit du moteur linéaire est pratiquement purement inductif. Donc il faudrait pouvoir jouer sur l'inductance des trois câbles d'amenée du courant. Compte tenu des intensités transportées, une étude électrotechnique détaillée serait nécessaire. Cette étude a été considérée comme hors des objectifs du présent travail. En définitive, les comparaisons ne se font que sur les valeurs moyennes, d'autant plus qu'au niveau des mouvements du métal liquide, l'inertie de celui-ci va lisser les variations de forces électromagnétiques.

Hormis les restrictions qui viennent d'être formulées, l'accord interne entre les mesures et la comparaison entre mesures et calculs restent cependant acceptables. En effet, le champ dans le métal est effectivement inférieur au champ au même point dans le cas du vide, et le rapport théorique de 0,923 calculé à partir des équations [15] et [16] est relativement bien respecté en tout point. D'autre part les valeurs mesurées vers le centre de l'inducteur, moyennées, sont proches de la valeur calculée, bien que cette dernière soit un peu moins importante.



Enfin, le comportement aux extrémités est assez semblable entre les mesures et le calcul numérique (figure 2.6). Dans le cas des mesures, l'effet de bord ne s'interprète pas de manière certaine, puisqu'il est moins important que les fluctuations dues au déséquilibre du courant. Toutefois, une analyse détaillée de la courbe montre que, alors que la partie centrale est périodique, de période double du pas polaire, les pics extrémaux sont décalés par rapport à la périodicité et correspondent bien à des effets de bords. L'augmentation du champ magnétique au voisinage des bords de la charge est de l'ordre de 15 % de la valeur moyenne.

La figure 2.7 présente une courbe analogue à la figure 2.6, mais concernant la densité de courant, à 5 mm de la paroi de l'inducteur.



*Figure 2.7 : Variation de la densité de courant parallèlement à la paroi de l'inducteur dans le métal.*

La variation de la densité de courant mesurée est du même type que celle du champ magnétique, avec mêmes positions des maxima et minima. Cependant, la dispersion entre résultats expérimentaux et calculs est plus grande. Ceci provient du capteur de densité de courant qui a une bonne résolution suivant  $x$ , de l'ordre du millimètre et qui donc est très sensible aux variations locales de  $j$ . Par contre, le capteur de champ, de par ses dimensions, intègre déjà le signal sur une distance de l'ordre de 15 mm suivant  $x$ .

Aux extrémités de l'inducteur, les mesures indiquent une diminution de la densité de courant, alors que la théorie et notre calcul numérique prévoient une augmentation. Cette divergence peut provenir d'un mauvais parallélisme entre l'inducteur et le porte-sonde, et une légère déviation à l'origine peut conduire à des écarts importants au fond de la lingo-tière. Or, compte tenu de l'effet de peau, ces écarts peuvent intervenir de manière importante sur les valeurs mesurées.

Une troisième série de mesures étudie la décroissance du champ magnétique et de la densité de courant en fonction de l'écartement à la paroi de la lingotière. Compte tenu des variations constatées parallèlement à la paroi, les points expérimentaux sont en réalité une valeur moyenne entre les niveaux  $x = 12$  cm et  $x = 20$  cm qui correspondent au maximum et au minimum sur la figure 2.6. L'accord entre calculs analytique et numérique est excellent au sujet de la décroissance du champ magnétique, donc seuls les résultats analytiques sont présentés dans cette section.

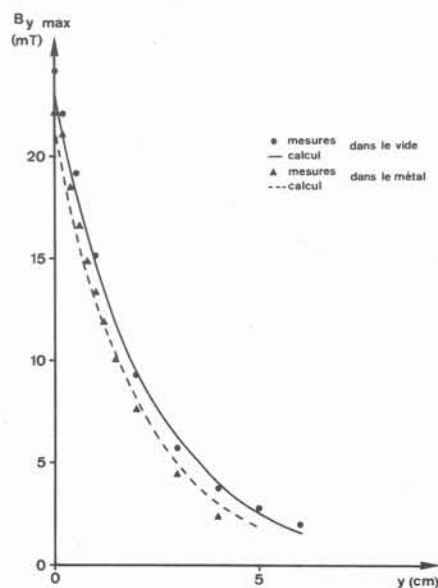


Figure 2.8 : Décroissance du champ magnétique en fonction de la distance à la paroi : comparaison entre mesures et calculs.  
1. dans le vide.  
2. dans le métal.

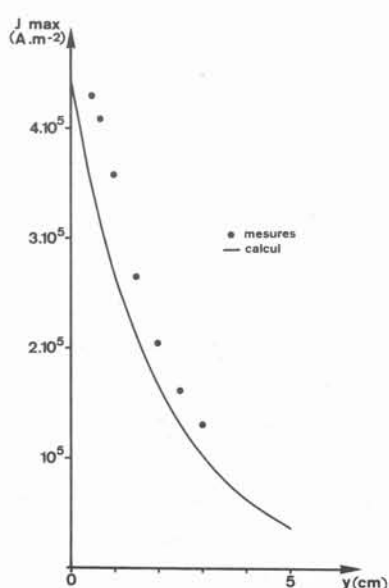
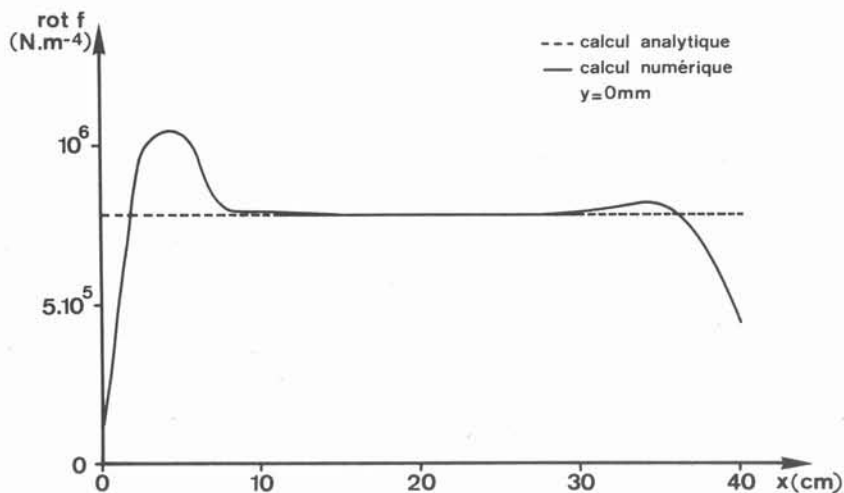


Figure 2.9 : Décroissance de la densité de courant : comparaison entre mesures et calculs.

L'accord entre résultats expérimentaux et calculs apparaît comme très bon sur la figure 2.8 et satisfaisant sur la figure 2.9. Il faut rappeler que le système de positionnement des sondes ne permet pas une précision supérieure au millimètre et que la décroissance du champ et de la densité de courant est exponentielle, ce qui conditionne une incertitude relativement importante, surtout sur les points de mesures proches de la paroi.

En résumé, la comparaison entre mesures et modélisation des aspects électromagnétiques montre un accord satisfaisant, du moment qu'on ne s'intéresse qu'aux valeurs moyennes. Cette restriction n'est pas très contraignante, dans la perspective du calcul du mouvement. D'autre part, concernant l'écoulement, le paramètre important est le rotationnel des forces électromagnétiques (voir équation [24] ci-après). Comme les forces électromagnétiques sont dans le plan (x,y), le rotationnel de celles-ci,  $\text{rot}(\mathbf{j} \wedge \mathbf{B})$ , est dirigé suivant l'axe z. La figure 2.10 compare la variation du module de ce paramètre le long de la paroi de l'inducteur dans le cas du calcul analytique et du calcul numérique.



*Figure 2.10 : Comparaison de la distribution du rotationnel des forces électromagnétiques le long de la paroi de l'inducteur, dans le cas du calcul analytique et du calcul numérique.*

Hormis les effets de bords, qui sont localisés et relativement peu importants, l'accord entre les deux calculs est excellent. Cette distribution est à comparer aux calculs effectués par LAVERS et BIRINGER (1982) dans les fours à induction : d'une part le rotationnel des forces y change de signe et conditionne la présence de deux vortex dans l'écoulement, d'autre part il est pratiquement nul au centre et augmente très fortement dans les coins.

Dans notre cas, les effets de brassage répulsif sont peu importants, comparés à ceux du brassage purement asynchrone. En effet, même dans le cas d'un inducteur infini, le rotationnel de  $\vec{f}$  n'est pas nul. Donc les effets de bords apparaissent comme des phénomènes de second ordre en comparaison. Ce résultat permet d'utiliser le calcul analytique approché pour le calcul du mouvement.

### 3. CHAMPS DE VITESSE ET DE TEMPERATURE

---

#### 3.1. Calcul théorique

Contrairement au calcul du champ magnétique et des forces électromagnétiques, le calcul du mouvement du métal liquide et son comportement thermique doivent être traités de manière couplée, en particulier pour traiter la convection naturelle.

##### 3.1.1. Hypothèses

En vue de simplifier le problème, plusieurs hypothèses sont nécessaires, qui vont être discutées.

- Le problème est supposé bidimensionnel dans le plan  $(x,y)$ . En effet, les hypothèses faites sur le champ magnétique au paragraphe précédent conduisent à des forces uniquement situées dans le plan  $(x,y)$ . D'autre part, puisqu'il n'y a pas de gradients thermiques latéralement, les mouvements suivant la direction  $z$  sont exclus. Enfin, on suppose que la cavité est suffisamment large pour négliger les couches limites sur les parois latérales, en particulier l'influence de la contrainte de cisaillement latérale sur l'écoulement dans le plan  $(x,y)$ , suffisamment étroite toutefois pour éviter l'apparition d'effets tridimensionnels dans les courants de retour.
- L'état permanent tant du point de vue hydrodynamique que thermique est supposé atteint. De plus, le métal est encore entièrement liquide. Dans ce cas, bien qu'utilisant un alliage, il n'y a pas d'effets de convection solutale, puisque la concentration en soluté est uniforme dans toute la lingotière.
- En dehors de l'effet de densité, qui pilote la convection naturelle, toutes les propriétés physiques sont considérées comme indépendantes de la température, compte tenu du faible écart global de température dans la lingotière (au maximum 20°C).
- Compte tenu des remarques du paragraphe 2.2, les forces électromagnétiques introduites dans le calcul du mouvement sont celles déterminées dans le cas d'un inducteur infiniment haut, en l'absence d'effets de bords. L'introduction des forces résultant du calcul numérique ne poserait aucun problème particulier, à condition de faire correspondre les mailles respectifs.
- la surface libre est supposée plane, donc non déformée par le champ magnétique,
- le fond de la lingotière est supposé parfaitement isolé thermiquement,
- les échanges thermiques par les trois autres faces sont décrits à l'aide de trois coefficients d'échange;  
Cette hypothèse vise à une description plus réaliste du dispositif qu'une température de paroi imposée. Elle permet de prendre en compte des effets très compliqués : résistance

de contact éventuelle entre le métal et le moule, échange entre la paroi et l'inducteur, comportement radiatif et convectif du four. Concernant la surface libre, le flux, qui est en réalité somme d'une partie convective et d'une partie radiative, peut être au premier ordre au voisinage de la température de fusion du métal, représenté aussi par un coefficient d'échange. Toutefois, les trois coefficients d'échange ainsi définis restent des paramètres ajustables du modèle et ne peuvent être fixés qu'en fonction de la comparaison entre les résultats expérimentaux et les calculs.

### 3.1.2. Equations générales

Dans le liquide, l'équation de continuité, les équations de Navier-Stokes et le bilan thermique, s'écrivent pour les valeurs moyennes de la vitesse, de la pression et de la température :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad |19|$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_e \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu_e \frac{\partial u}{\partial y} \right) - g \beta (T - T_0) + \frac{1}{\rho} \bar{f}_x \quad |20|$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_e \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu_e \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho} \bar{f}_y$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha_e \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\bar{j}^2}{\rho C_p \sigma} \quad |21|$$

La viscosité  $\nu_e$  et la diffusivité  $\alpha_e$  ne sont pas les valeurs laminaires de ces paramètres, mais tiennent compte, dans le cas où elle existe, d'une partie turbulente supplémentaire, qui correspond à la modélisation classique de la turbulence :

$$\nu_e = \nu + \nu_t$$

$$\alpha_e = \alpha + \alpha_t$$

Le problème de la turbulence sera abordé plus en détail au paragraphe 3.1.7.

Le terme source dans le bilan thermique,  $\frac{\bar{j}^2}{\rho C_p \sigma}$ , provient du dégagement par effet Joule.

Puisque le problème est bidimensionnel, les trois premières équations sont transformées de manière classique en termes de tourbillon  $\xi$  et de fonction de courant  $\psi$ , définis par :

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad |22|$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad |23|$$

L'ensemble des équations est adimensionnalisé.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x'} \left( \xi' \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \right) - \frac{\partial}{\partial y'} \left( \xi' \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \right) = \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial x'} \left( (1+D_V) \frac{\partial \xi'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left( (1+D_V) \frac{\partial \xi'}{\partial y'} \right) \right] \\ + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial T'}{\partial y'} + \frac{\ell}{\tau} \frac{V_a^2}{V_0^2} \left[ \frac{\partial f'_y}{\partial x'} - \frac{\partial f'_x}{\partial y'} \right] \end{aligned} \quad |24|$$

$$\xi' = - \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y'^2} \quad |25|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x'} \left( T' \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \right) - \frac{\partial}{\partial y'} \left( T' \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \right) = \frac{1}{Pe} \left[ \frac{\partial}{\partial x'} \left( (1+D_T) \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left( (1+D_T) \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) \right] \\ + \frac{V_a \omega \ell}{R_\omega C_p \Delta T} \frac{1}{j'^2} \end{aligned} \quad |26|$$

$V_0$  : vitesse caractéristique du fluide

$\Delta T$  : écart de température caractéristique

$Re = V_0 \ell / \nu$  : nombre de Reynolds

$Pe = V_0 \ell / \alpha$  : nombre de Peclet

$Gr = \frac{g \beta \Delta T \ell^3}{\nu^2}$  : nombre de Grashof

$V_a = B_0 / \sqrt{\mu \rho}$  : vitesse d'Alfven

et

$$x' = x/\ell, \quad y' = y/\ell, \quad \psi' = \psi/V_0 \ell, \quad \xi' = \xi \ell / V_0$$

$$T' = \frac{T - T_F}{\Delta T}, \quad D_V = \frac{\nu t}{\ell}, \quad D_T = \frac{\alpha t}{\ell}$$

$$\bar{f}' = \frac{\tau}{\rho V_a^2} \bar{f}$$

$$j' = \frac{\tau}{V_a} \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} j$$

### 3.1.3. Ordres de grandeur - Simplifications

La détermination du  $\Delta T$  caractéristique ne résulte pas des équations citées, mais des conditions d'échange aux limites. Or, les coefficients d'échange sont des paramètres du calcul ajustés a posteriori en fonction de la comparaison avec les résultats expérimentaux. Donc la détermination d'un écart de température  $\Delta T$  caractéristique est faite directement à partir des expériences et fixée à 10°C.

En convection naturelle, l'échelle  $V_0$  peut être déterminée à partir de l'équation [24], soit

$$Re = (Gr)^{1/2}$$

d'où 
$$V_0 = (g \beta \Delta T \ell)^{1/2}$$

Pour  $\ell = 20 \text{ cm}$ ,  $V_0$  vaut de l'ordre de 5 cm/s.

En brassage électromagnétique, on peut prendre une échelle de vitesse égale à la vitesse d'Alfven  $V_a$ . Pour un champ  $B_0$  de l'ordre de 10 mT à la paroi de la lingotière (intensité de brassage minimum),  $V_0$  vaut alors environ 20 cm/s.

En comparant les deux termes moteur, convection naturelle et forces électromagnétiques, dans l'équation [24], les effets de la convection naturelle apparaissent comme négligeables dès qu'il y a brassage électromagnétique :

$$\frac{\ell}{\tau} V_a^2 \geq Gr \frac{V^2}{\ell^2}$$

soit 
$$V_a \geq (g \beta \Delta T \tau)^{1/2} \sim 3 \text{ cm/s}$$

Cette remarque est toutefois à nuancer par le fait que les forces électromagnétiques sont localisées dans une peau d'épaisseur  $1/2\alpha$  (paragraphe 2.1.3), alors que les forces de poussée d'Archimède sont réparties plus uniformément dans le volume, ou tout du moins dans les zones à fort gradient thermique, c'est-à-dire près des parois, donc en particulier le long de la paroi du four.

L'influence du terme de dégagement par effet Joule dans le métal est négligeable, comme le montre l'évaluation du terme suivant :

$$\frac{V_a \omega \ell}{R_\omega C_p \Delta T} \sim 5 \cdot 10^{-5} \quad \text{pour } V_a = 20 \text{ cm/s}$$

Enfin, l'influence relative du terme convectif par rapport au terme diffusif peut être évaluée. Dans le cas laminaire, le rapport des deux termes est de l'ordre de  $Re$  pour la quantité de mouvement, de l'ordre de  $Pe$  pour la température. Or, les nombre de Peclet et de Reynolds sont reliés par la relation :

$$Pe = Re \cdot Pr$$

avec  $Pr$  nombre de Prandtl.

Dans les métaux liquides, le nombre de Prandtl est toujours faible, de l'ordre de  $10^{-2}$  : par exemple, pour un écoulement à Reynolds de l'ordre de  $10^3$ , le nombre de Peclet ne vaut alors que 10. Donc l'effet de la convection sur le champ de température est beaucoup plus faible que le rôle des termes d'inertie dans le mouvement. A tel point que dans certaines situations à faible nombre de Reynolds, comme par exemple la croissance cristalline Bridgman horizontal, il y a mouvement du métal liquide, mais les isothermes sont supposées non modifiées par celui-ci et le comportement thermique reste purement conductif (CAMEL et FAVIER). Dans notre situation, l'influence des termes convectifs sur le comportement thermique n'est pas à négliger, compte tenu de l'importance du nombre de Reynolds (grande dimension caractéristique).

#### 3.1.4. Calculs approchés

Un calcul approché à la fois en convection naturelle et en brassage électromagnétique donne une information plus précise que l'ordre de grandeur sur l'écoulement et les transferts thermiques.

##### 3.1.4.1. Calcul approché en convection naturelle

Ce modèle simplifié suppose que l'on néglige l'échange par la surface libre et que les deux parois chaude et froide sont à température uniforme  $T_a$  et  $T_b$ . Il se développe alors deux couches limites, l'une le long de la paroi chaude, l'autre le long de la paroi froide, symétriques par rapport au centre de la cavité ; le coeur est immobile à la température  $(T_a + T_b)/2$ .

On ne s'intéresse pas au problème de réalimentation d'une couche par l'autre, donc de recirculation. Chaque couche limite est traitée dans l'approximation d'une plaque plane de hauteur infinie : la solution approchée de ce problème par la méthode globale est classique et est présentée par exemple dans l'ouvrage de ECKERT et DRAKE (1963).



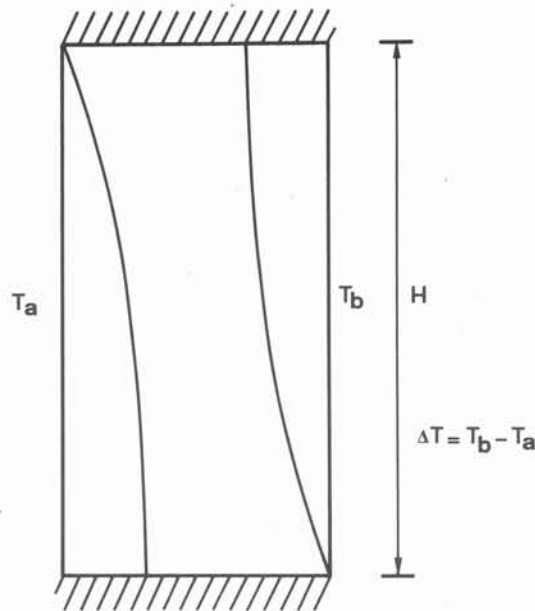


Figure 2.11 : Modèle simplifié de l'écoulement en convection naturelle.

Des expériences ont montré que, dans notre installation, le flux  $\Phi$  transitant en régime permanent est de l'ordre de  $60 \text{ kW/m}^2$ .

$\Delta T$  peut être déterminée par la relation suivante pour une des deux couches :

$$\frac{Nu_m}{H} \frac{\lambda}{2} \Delta T = \Phi \quad |27|$$

avec

$$Nu_m = 0,677 \frac{Pr^{1/2}}{(0,95+Pr)^{1/4}} (Gr_H)^{1/4} \quad |28|$$

Soit  $\Delta T = 25,1^\circ\text{C}$ .

L'épaisseur d'une des couches-limites est donnée par :

$$\delta_V = 2,78 \frac{(0,95+Pr)^{1/4}}{Pr^{1/2}} \left| \frac{8 \nu^2}{g \beta \Delta T} \right|^{1/4} \cdot x^{1/4} \quad |29|$$

soit pour  $x$  égal à  $H$ ,  $\delta_V$  est de l'ordre de  $5,7 \text{ cm}$ .

Les deux couches limites restent donc bien distinctes sur toute la hauteur. Enfin, l'expression de la vitesse maximum s'écrit :

$$u_{\max} = 0,38 (0,95+Pr)^{-1/2} \left| 2 g \beta \Delta T \right|^{1/2} \cdot x^{1/2} \quad |30|$$

soit pour  $x$  égal à  $H$ ,  $u_{\max}$  est de l'ordre de  $5,8 \text{ cm.s}^{-1}$ .

GILL (1966) propose une méthode pour le calcul de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire tenant compte de la recirculation, mais dans l'approximation des fluides à grand nombre de Prandtl.

### 3.1.4.2. Calcul approché en brassage électromagnétique

Le modèle adopté consiste à supposer que la lingotière est infiniment haute, de manière similaire au cas traité par HUGUES et YOUNG (1966). La vitesse est alors uniquement dirigée suivant  $x$  et ne dépend que de  $y$ , donc les termes inertiels s'annulent. On suppose en plus que la viscosité turbulente est constante. La solution est alors analytique. La conservation du débit est en plus imposée. La solution s'écrit :

$$u = \frac{f_0}{4\alpha^* \nu_t} \left| ay^2 + by + 1 - e^{-2\alpha^* y} \right| \quad |31|$$

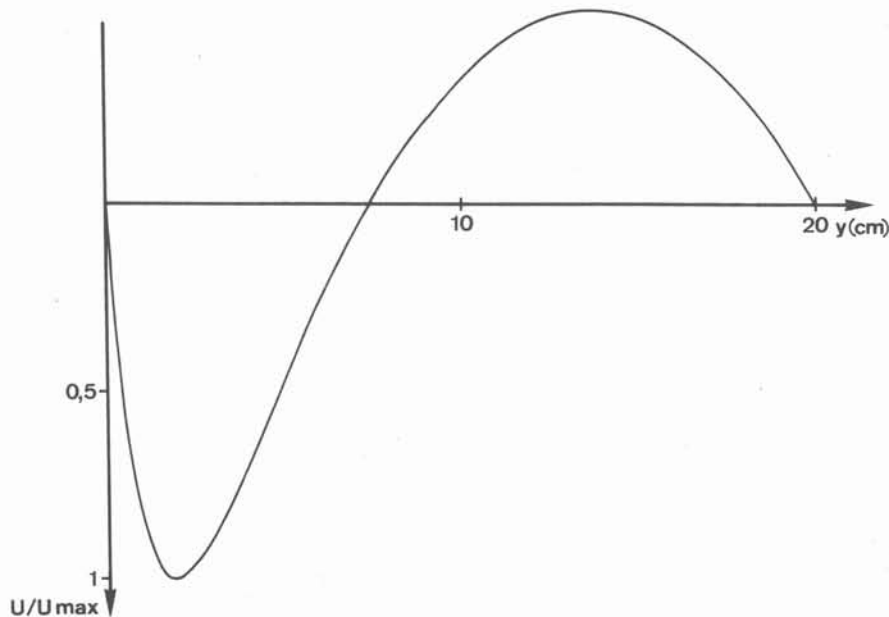
avec

$$a = \frac{3}{l} \left| \left(1 - \frac{1}{\alpha^* l}\right) (1 - e^{-2\alpha^* l}) - 2 \right|$$

$$b = \frac{1}{l} \left| \left(2 - \frac{3}{\alpha^* l}\right) (1 - e^{-2\alpha^* l}) - 6 \right|$$

$$f_0 = \frac{\omega \sigma}{2k\rho} B_0^2$$

La figure 2.12 présente le profil de vitesse dans ce cas :



*Figure 2.12 : Profil de vitesse dans la cas d'une lingotière de hauteur infinie.*

L'effet des forces électromagnétiques apparaît clairement sous forme d'une sorte de jet localisé près de la paroi de l'inducteur. Le maximum des vitesses est situé à environ 2 cm de la paroi de l'inducteur. L'application d'une viscosité laminaire à cet écoulement conduirait à une vitesse maximum  $u_{\max}$  supérieure à la vitesse de synchronisme, ce qui est aberrant. Il est donc nécessaire de déterminer une viscosité turbulente. En prenant  $\nu_t$  de la forme  $u'\ell'$ , avec  $u'$  de l'ordre de  $u_{\max}/10$  et  $\ell'$ , longueur de mélange, de l'ordre de  $\ell/10$ , conformément aux estimations classiques en turbulence, on obtient une valeur de  $u_{\max}$  de l'ordre de  $18 \text{ cm.s}^{-1}$  pour une intensité de 245 A dans l'inducteur. Ce calcul sous-estime toutefois la vitesse maximum, puisque la viscosité turbulente est considérée comme constante, alors que près des parois il existe une sous-couche visqueuse. Or, concernant la paroi de l'inducteur, c'est dans cette zone que les forces électromagnétiques sont les plus intenses.

Un majorant de la vitesse maximum peut être obtenu d'une autre façon en se plaçant cette fois-ci dans la situation de la cavité. (SUNDBERG, 1971). En négligeant dans la couche accélérée d'une part la dissipation visqueuse, d'autre part la génération du gradient de pression qui sert de moteur à la recirculation, les équations de NAVIER-STOKES se ramènent à un équilibre entre forces d'inertie et forces électromagnétiques. Soit, dans ce cas :

$$u_{\max} = \left( \frac{\sigma V_s B_o^2}{2} \cdot H \right)^{1/2} = 69 \text{ cm/s pour } I_{\text{eff}} = 245 \text{ A}$$

Au niveau thermique, l'approximation adoptée conduit à négliger le terme de convection, puisque les gradients de température sont perpendiculaires à l'écoulement. L'équation [26] devient alors :

$$\frac{\partial}{\partial y'} \left( (1 + D_T) \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = 0$$

Dans le calcul de l'écoulement, la sous-couche visqueuse a été négligée en première approximation compte tenu de sa finesse et une viscosité turbulente uniforme a été utilisée. Par contre, compte tenu de la forte conductibilité thermique des métaux, l'influence de la sous-couche thermique n'est pas négligeable, et il est nécessaire de la prendre en compte.

Le modèle adopté est un modèle en deux couches décrit par LEVICH (1962) :

- une sous-couche thermique d'épaisseur  $\delta_{th}$ . Seule la diffusivité thermique moléculaire  $\alpha$  intervient.
- une région de coeur. La diffusivité thermique moléculaire  $\alpha$  est par contre négligée par rapport à la diffusivité thermique turbulente  $\alpha_t$  et, de plus,  $\alpha_t$  est approximée par l'expression suivante

$$\alpha_t = \gamma u_{\max} \gamma \quad \text{avec } \gamma \text{ l'ordre de } 0,085$$

L'épaisseur  $\delta_{th}$  est définie par l'égalité de  $\alpha$  et de  $\alpha_t$ , soit

$$\delta_{th} = \frac{\alpha}{\gamma u_{max}} = 2,6 \text{ mm}$$

La solution est alors :

- dans la sous-couche thermique :

$$T = \frac{\phi}{\lambda} y + T_0 \quad |32|$$

- dans le coeur

$$T = \frac{\alpha \phi}{\lambda \gamma u_{max}} \left| \ln \frac{\gamma u_{max}}{\alpha} y + 1 \right| + T_0 \quad |33|$$

En supposant qu'il y a symétrie par rapport à l'axe  $y = \ell/2$ , l'écart de température total  $\Delta T$  vaut  $14^\circ\text{C}$ . Cette valeur est un majorant par rapport au cas réel, puisque seul l'effet de turbulence est pris en compte et non l'effet de transport convectif.

### 3.1.5. Résolution numérique

Compte tenu de la complexité du problème et du nombre de paramètres intervenants, une méthode de résolution numérique en différences finies décrite par GOSMAN et COLL. (1969), est adoptée (voir annexe A). Cette méthode permet de traiter à la fois les problèmes de convection naturelle et de brassage électromagnétique, puisque la résolution des équations du mouvement et de celle de la chaleur est couplée. De plus, dans cette méthode, il est possible d'utiliser des maillages à pas variable ; ceci est particulièrement intéressant dans le cas de forces électromagnétiques, puisqu'il est possible d'augmenter le nombre de points du maillage dans la peau. La taille typique des grilles utilisée est de  $21 \times 21$ .

### 3.1.6. Conditions aux limites

Pour le mouvement, les conditions aux limites sont les suivantes : les deux composantes de la vitesse sont nulles le long des parois ; la composante normale de la vitesse et la dérivée normale de la vitesse tangentielle sont nulles en surface libre. Mathématiquement, ces conditions s'expriment en tourbillon et fonction de courant de manière suivante :

$$\begin{aligned} \psi' &= 0 && \text{sur toutes les frontières} \\ \xi' &= 0 && \text{en surface libre.} \end{aligned}$$

Les conditions aux limites de  $\xi'$  le long des parois doivent être traitées

avec soin, en particulier du fait que les forces électromagnétiques sont étroitement localisées le long de la paroi de l'inducteur et qu'elles décroissent rapidement avec la distance. Si la formule classique proposée par GOSMAN (1969) est utilisée dans le cas présent, l'influence des forces entre le noeud 0 à la paroi et la noeud 1 juste à côté de la paroi est ignorée. Ceci conduit à une sous-estimation du maximum des vitesses, même avec un maillage très fin. Il est nécessaire d'évaluer la valeur  $\xi_0$  à la paroi à partir du développement de Taylor de  $\psi$  jusqu'à l'ordre 4 près de la paroi :

$$\psi_1' = \psi_0' + \left. \frac{\partial \psi'}{\partial n'} \right|_0 n' + \left. \frac{\partial^2 \psi'}{\partial n'^2} \right|_0 \frac{n'^2}{2!} + \left. \frac{\partial^3 \psi'}{\partial n'^3} \right|_0 \frac{n'^3}{3!} + \left. \frac{\partial^4 \psi'}{\partial n'^4} \right|_0 \frac{n'^4}{4!} + o(n'^4)$$

Près de la paroi, les relations suivantes sont utilisées :

$$\left. \frac{\partial \psi'}{\partial n'} \right|_0 = 0$$

$$\left. \frac{\partial^2 \psi'}{\partial n'^2} \right|_0 = -\xi_0'$$

$$\left. \frac{\partial^3 \psi'}{\partial n'^3} \right|_0 = - \left. \frac{\partial \xi_1'}{\partial n'} \right|_0 \approx - \frac{\xi_1' - \xi_0'}{n'}$$

$$\left. \frac{\partial^4 \psi'}{\partial n'^4} \right|_0 = - \left. \frac{\partial^2 \xi_1'}{\partial n'^2} \right|_0 \approx \frac{Gr}{Re} \left. \frac{\partial T'}{\partial y'} \right|_0 + \frac{\ell}{\tau} \frac{V_a^2}{V_0^2} Re \left[ \frac{\partial \bar{f}_y'}{\partial x'} - \frac{\partial \bar{f}_x'}{\partial y'} \right]$$

La dernière équation provient de l'équation [24], dans laquelle les termes d'inertie sont négligés, et la viscosité réduite à sa valeur en laminaire. Donc  $\xi_0'$  peut être exprimé en termes de  $\xi_1'$  et  $\psi_1'$  :

$$\xi_0' = - \frac{3 \psi_1'}{n'^2} - \frac{\xi_1'}{2} + \frac{n'^2}{8} \left[ \frac{Gr}{Re} \left. \frac{\partial T'}{\partial y'} \right|_0 + \frac{\ell}{\tau} \frac{V_a^2}{V_0^2} Re \left( \frac{\partial \bar{f}_y'}{\partial x'} - \frac{\partial \bar{f}_x'}{\partial y'} \right) \right] \quad [34]$$

Pour la température, le fond est supposé parfaitement isolé, alors que les trois autres faces échangent par convection, avec des coefficients d'échange  $h_i$  (côté inducteur),  $h_f$  (côté four auxiliaire),  $h_s$  (surface libre), qui sont des paramètres ajustables du modèle.

### 3.1.7. Modélisation de la turbulence

Dans les métaux liquides, compte tenu de la faible viscosité, les écoulements deviennent rapidement turbulents, même pour des vitesses relativement faibles. Cet effet est pris en compte d'une manière classique, par l'introduction de valeurs effectives de la

viscosité et de la diffusivité.

En pratique, la diffusivité thermique turbulente  $\alpha_t$  est prise égale à la viscosité turbulente  $\nu_t$  (LEVICH, 1962). L'estimation de  $\nu_t$  est faite à partir du modèle de longueur de mélange généralisé (RODI, 1972).  $\nu_t$  est relié aux composantes du tenseur de vitesse de déformation  $e_{ij} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$

$$\nu_t = \ell_m^2 (e_{ij} \cdot e_{ij})^{1/2} \quad |35|$$

avec  $\ell_m = 0,4$  y près des parois

et  $\ell_m = 10\%$  de la largeur du moule, dès que cette valeur est inférieure à la précédente.

Deux essais ont été réalisés à l'aide du modèle plus sophistiqué de turbulence k- $\epsilon$ , l'un par la méthode de GOSMAN, l'autre à l'aide du programme TEACH de l'Imperial College adapté par EVANS.

Le modèle k- $\epsilon$  consiste à résoudre deux équations de transport supplémentaires, pour k, énergie cinétique turbulente et  $\epsilon$ , taux de dissipation des fluctuations (LAUNDER et SPALDING, 1974). De plus, près des parois, le modèle fait appel à des "fonctions de paroi" qui sont établies à partir des résultats classiques du profil logarithmique.

Dans l'état actuel, les résultats de ces deux calculs sont proches de ceux obtenus par le modèle en longueur de mélange. Ceci provient sans doute du fait qu'en brassage électromagnétique, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation sont assez uniformément répartis dans le coeur du liquide, comme le fait remarquer EL KADDAH. Le comportement de la turbulence en présence de forces électromagnétiques est donc essentiellement conditionné par le voisinage des parois, où les deux modélisations se rejoignent. Toutefois des difficultés et des incertitudes dans l'utilisation que nous avons faite du modèle k- $\epsilon$ , subsistent encore. C'est pourquoi les résultats obtenus dans ce cas ne seront pas présentés.

Enfin, il faut remarquer qu'aucun des modèles de turbulence existants ne tient compte du caractère très localisé des forces électromagnétiques près des parois (EVANS et Coll. 1981).

### 3.2. Mesures de vitesses et de températures : Analyse et comparaison avec la modélisation

Expériences et calculs ont été réalisés dans trois cas : brassage direct, brassage inverse et convection naturelle.

### 3.2.1. Brassage direct

La figure 2.13.a présente la carte de vitesse mesurée dans cette situation (intensité d'alimentation du brasseur : 245 A). Tout d'abord, la méthode de VIVES est adaptée à ce genre d'étude, puisque l'allure générale correspond bien à ce que l'on pouvait prévoir : écoulement à un seul vortex, vitesses importantes le long de la paroi de l'inducteur. D'autre part, cette méthode permet d'obtenir une information très locale puisque 70 points de mesures ont été réalisés avec la même sonde dans un plan de 20 cm par 40 cm.

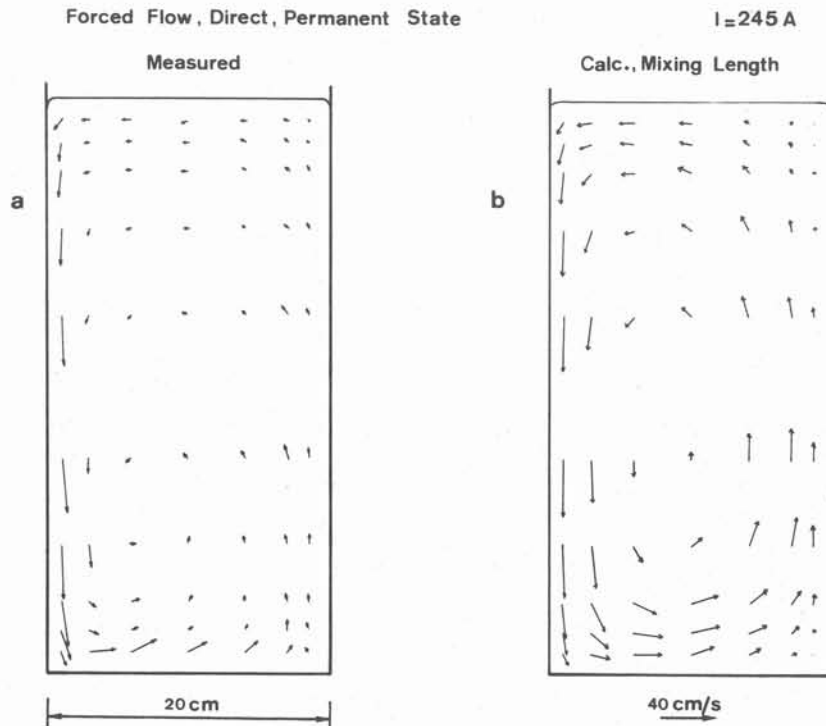


Figure 2.13 : Cartes de vitesses en brassage direct ( $I_{eff} = 245 \text{ A}$ )

(a) Mesures

(b) Calcul numérique.

Les principales caractéristiques de l'écoulement apparaissent clairement : une couche accélérée très fine près de la paroi de l'inducteur, qui correspond au caractère très localisé des forces électromagnétiques ; par contre, l'écoulement retour est assez uniforme et ne présente pas de couche limite.

La carte de vitesse calculée (figure 2.13.b) présente un bon accord général avec la carte des mesures. En effet, les vitesses maximales se correspondent à moins de 10 % près. Cet accord est obtenu sans qu'aucun paramètre ne soit ajusté dans le modèle, en ce qui concerne le mouvement. D'autre part, la position du centre de rotation du mouvement est très semblable sur les cartes expérimentale et calculée : ce centre n'est pas le centre géométrique de la cavité, mais il est décalé vers le bas et vers la face de l'inducteur.

Enfin, la prédiction par le modèle de la position du maximum de vitesse par rapport à la paroi de l'inducteur - 10 mm en haut à 20 mm en bas - est en accord avec les mesures. L'épaisseur de la couche accélérée est toutefois beaucoup plus forte sur la carte calculée que sur celle mesurée. Cette divergence conditionne d'ailleurs un comportement de l'écoulement en retour très différent. En effet, la conservation du débit impose des vitesses dans cette zone beaucoup plus importantes dans le cas du modèle de l'ordre de 20 cm/s que dans le cas des mesures, de l'ordre de 5 cm/s.

En vue de mieux analyser cette divergence, des mesures complémentaires ont été réalisées, uniquement dans la moitié de la lingotière du côté inducteur, mais de manière plus serrée. Le brassage est plus important, puisqu'il correspond à une alimentation de l'inducteur de 395 A. La figure 2.14 présente à plusieurs altitudes les profils de la variation de la composante verticale de la vitesse en fonction de l'écartement à l'inducteur  $y$ .

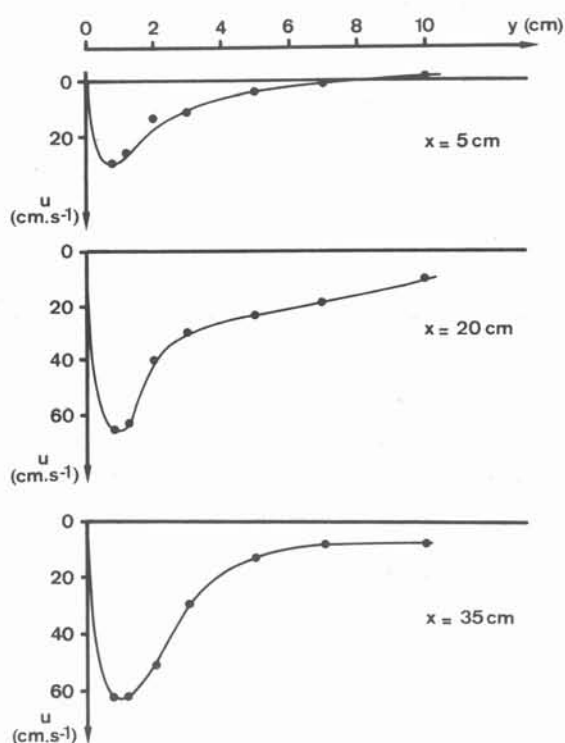


Figure 2.14 : Profils de vitesse verticale près de la paroi de l'inducteur à plusieurs niveaux ( $I_{eff} = 395$  A).

Ces mesures confirment très nettement la position du maximum de vitesse à 10 mm de la paroi. De plus, on retrouve les mêmes caractéristiques de la couche accélérée, très fine et localisée près de la paroi, avec une épaisseur voisine du facteur d'atténuation du champ ( $\sim 20$  mm). Cependant, ces profils montrent également une non-conservation du débit. En effet, les vitesses au point  $y = 10$  cm sont encore orientées vers le bas, ce qui nécessiterait un écoulement retour, dans la seconde moitié de la lingotière, plus important que l'écoulement le long de la paroi de l'inducteur. Plusieurs tentatives d'explications de cette erreur sont envisageables, sans qu'aucune n'ait pu être vérifiée, faute d'essais complémentaires. Un déca-



lage du zéro de la sonde n'est pas à incriminer puisque la réponse de la sonde est voisine de zéro en l'absence de brassage (voir figure 2.18). L'hypothèse la plus vraisemblable consiste à envisager des effets tridimensionnels, qui se produisent souvent dans les cavités.

Dans notre installation, compte tenu des forces électromagnétiques, qui contrôlent l'écoulement dans la zone proche de l'inducteur, des mouvements tridimensionnels dans cette région sont improbables. Par contre, on peut envisager que l'écoulement engendré par le brasseur est une sorte de jet, qui vient "se briser" sur la paroi du fond et qu'une partie de l'écoulement en retour se fait dans des couches limites localisées le long des parois latérales de la lingotière. De plus, la largeur finie de la lingotière et de l'inducteur conditionne un comportement du champ de forces électromagnétiques très différent près des parois latérales. En effet, du fait de la refermeture des courants induits,  $j$  est dirigé suivant  $x$ , donc il n'y a plus de composante de force suivant cette direction. Des mesures de vitesses complémentaires effectuées d'une part hors du plan de symétrie, d'autre part dans la troisième direction ( $z$ ) devraient permettre de confirmer cette hypothèse.

En définitive, l'accord entre les mesures et la modélisation est essentiellement à estimer dans la zone proche de la paroi de l'inducteur. La concordance entre les maxima de vitesse montre qu'un modèle simple de turbulence permet déjà une bonne estimation de l'écoulement.

Le champ de température dans la même situation de brassage est représenté sur les figures 2.15.a et 2.15.b.

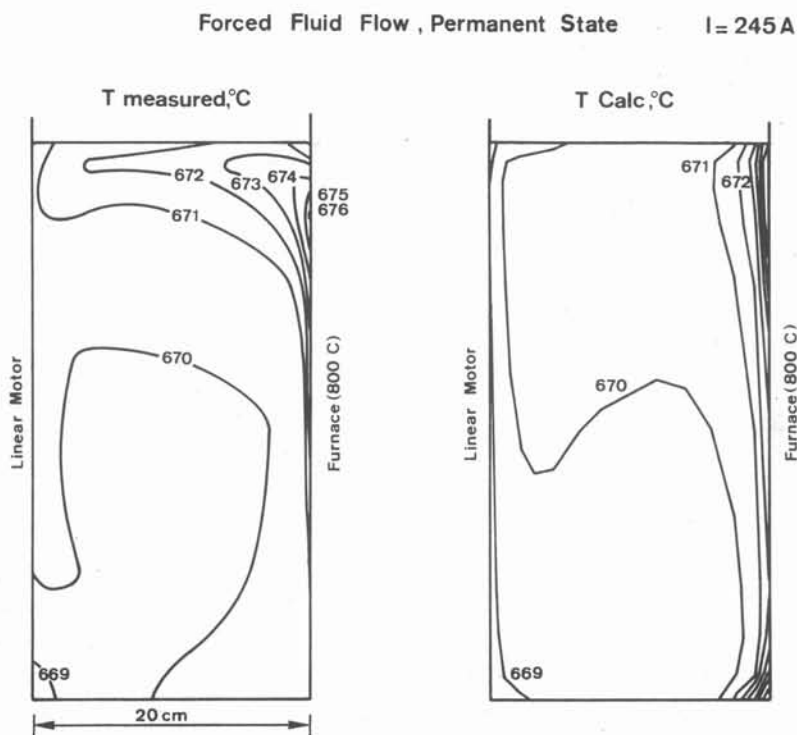


Figure 2.15 : Cartes des isothermes en brassage direct ( $I_{eff} = 245 A$ )

- (a) Mesures
- (b) Calcul numérique.

L'effet de la convection est nettement visible, avec une allure très différente de ce qui aurait pu être estimé en conduction pure. Il apparaît clairement, un coeur pratiquement homogène en température, et des couches limites étroites près des parois où sont concentrés les gradients thermiques

L'accord entre mesures et calcul apparaît comme bon. Il faut rappeler que les trois coefficients d'échange ont été ajustés en vue d'obtenir cette correspondance, en particulier mêmes températures au point le plus chaud et au point le plus froid. Les trois valeurs retenues sont respectivement  $480 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ,  $75 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et  $30 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  pour les parois du côté de l'inducteur, du four et en surface libre. La divergence dans le coin supérieur droit provient du fait que l'écoulement calculé a tendance à éviter cette zone, alors que d'après l'écoulement mesuré, la température peut être convectée plus largement : ceci se remarque à la forme des isothermes, qui illustre bien le trajet du liquide.

Concernant la turbulence, la figure 2.16 présente à gauche le rapport de la viscosité effective à la viscosité laminaire  $\nu_e/\nu$  et à droite le rapport de la diffusivité thermique à la diffusivité moléculaire  $\alpha_e/\alpha$ .

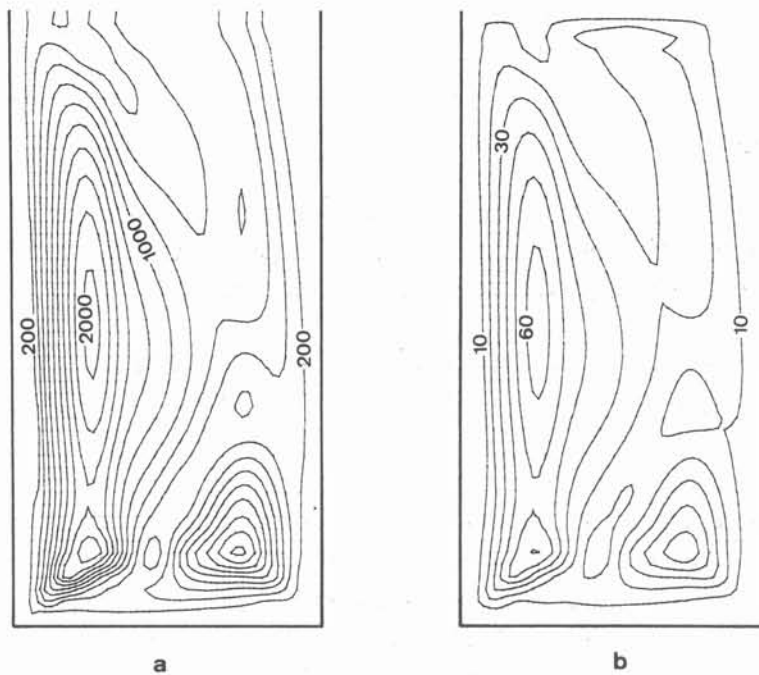


Figure 2.16 :

- (a) Viscosité effective rapportée à la viscosité laminaire  $\nu_e/\nu$ .
- (b) Diffusivité thermique effective rapportée à la diffusivité moléculaire  $\alpha_e/\alpha$ .

La grande analogie des deux cartes est logique puisqu'on a supposé que le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  est constant et égal à 1.

$$\frac{\alpha_e}{\alpha} = 1 + \frac{Pr}{Pr_t} \cdot \frac{\nu_t}{\nu}$$

Toutefois, compte tenu de la faible valeur du nombre de Prandtl dans l'aluminium, le maximum du rapport  $\alpha_e/\alpha$ , de l'ordre de 60, est petit en comparaison de celui de  $v_e/\nu$ , de l'ordre de 2000. Donc l'influence de la turbulence sur le champ de température est beaucoup plus limitée que sur le champ de vitesse. En particulier, au voisinage des parois, la variation de  $\alpha_e/\alpha$  n'est pas très brutale : la sous-couche thermique est donc suffisamment large pour éviter un traitement spécial du transfert thermique turbulent près des parois, et ceci sans devoir utiliser un maillage particulièrement fin.

D'une manière plus générale, la répartition spatiale de  $v_e/\nu$  et de  $\alpha_e/\alpha$  présente deux régions où ces paramètres sont plus élevés, la limite de la couche accélérée et le coin inférieur droit, ce qui paraît conforme aux zones prévisibles de forte turbulence. En dehors de ces régions, la turbulence reste élevée et assez uniformément répartie. Ce résultat est à mettre en rapport avec les conclusions de EL KADDAH (à publier) sur la répartition de l'énergie cinétique turbulente dans un dispositif de brassage à champ glissant assez analogue au nôtre. Il semble que la turbulence dans les situations de brassage électromagnétique soit assez uniformément répartie dans le coeur du liquide. Cette remarque est confortée également par les calculs de BARBIER et Coll. (1982), qui testent plusieurs modèles de turbulence, en brassage dans des fours à induction.

### 3.2.2. Brassage inverse

L'inducteur est alimenté à la même intensité que dans le cas précédent (245 A), mais deux des phases ont été inversées, de telle sorte que les forces électromagnétiques sont verticales ascendantes, donc opposées à la convection naturelle.

Les figures 2.17.a et 2.17.b présentent de la même façon que précédemment une comparaison entre mesures et calculs dans le même cas.

A nouveau, la distribution générale de l'écoulement se correspond bien : dans ce cas, le centre de rotation du mouvement est décalé vers le haut et toujours vers la paroi de l'inducteur ; au niveau du maximum de vitesse, l'accord est bon à la fois en module et en position ; enfin, un second petit vortex apparaît dans le coin inférieur avec une configuration très semblable à la fois sur les cartes calculée et mesurée. Une nette différence apparaît cependant dans le coin supérieur gauche. Celle-ci provient de l'effet de dôme déjà signalé, que le calcul ne peut prendre en compte puisque la surface libre est supposée plane.

La comparaison des figures 2.13 et 2.17 montrent que l'effet du brassage sur l'écoulement est très symétrique. Cette remarque confirme que l'effet de la convection naturelle est négligeable du moment qu'il y a brassage électromagnétique. De plus, la surface libre ne joue qu'un rôle relativement limité (écoulement à son voisinage), puisque la distribution générale est peu modifiée dans les deux cas.

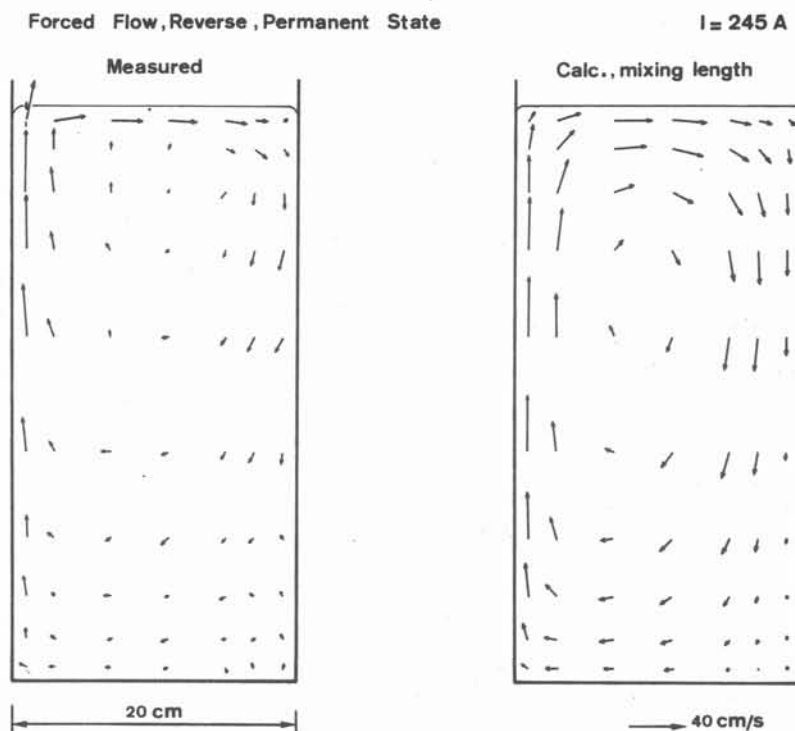


Figure 2.17 : Cartes de vitesses en brassage inverse ( $I_{eff} = 245 \text{ A}$ )

(a) Mesures.

(b) Calcul numérique.

### 3.2.3. Influence de l'intensité d'alimentation de l'inducteur

L'influence de l'intensité du courant a été étudiée en plaçant la sonde à un endroit donné ( $x = 20 \text{ mm}$ ,  $y = 160 \text{ mm}$ ), dans la couche accélérée, pour avoir une sensibilité suffisante.

La vitesse mesurée est pratiquement fonction linéaire du courant. Cette remarque est vraie, même en brassage inverse, bien que les points expérimentaux soient plus dispersés. Plusieurs expérimentateurs ont déjà mis en évidence cette propriété des écoulements MHD turbulents, comme par exemple TRAKAS et TABELING (1982) ou KOANDA et FAUTRELLE (1982) dans les fours à induction. En effet, la linéarité observée est en accord avec la nature turbulente de l'écoulement.

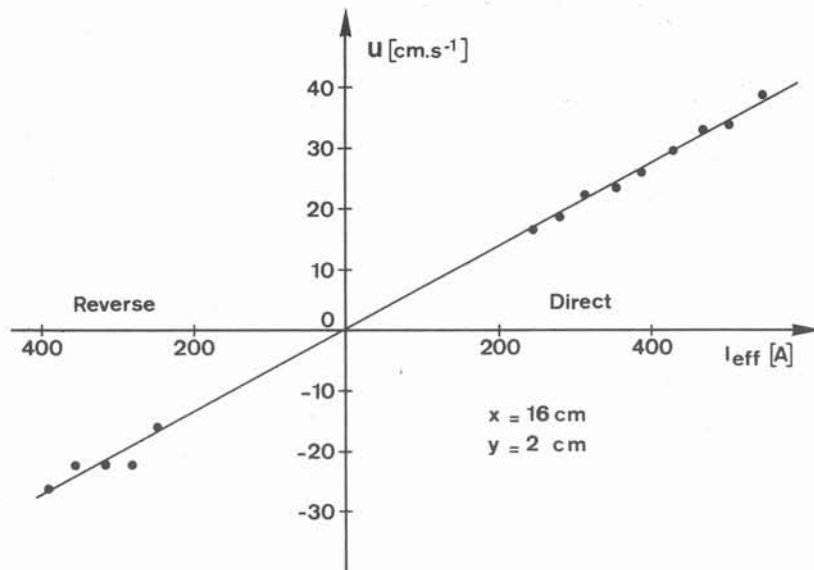


Figure 2.18 : Variation de la vitesse mesurée en fonction de l'intensité d'alimentation de l'inducteur.

### 3.2.4. Convection naturelle

Comme le montrent les figures 2.19.a et 2.19.b, il y a un bon accord entre tem-

#### Natural Convection, Permanent State

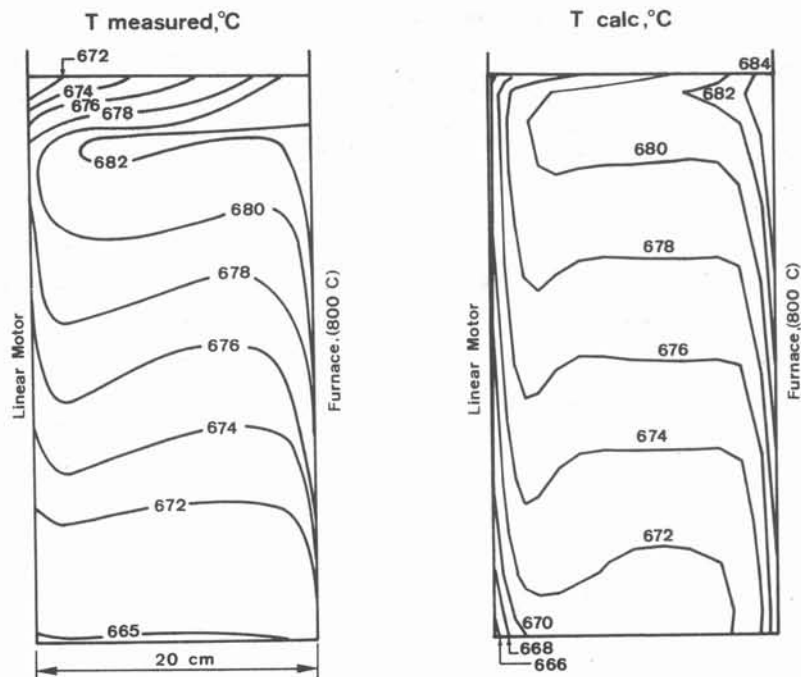


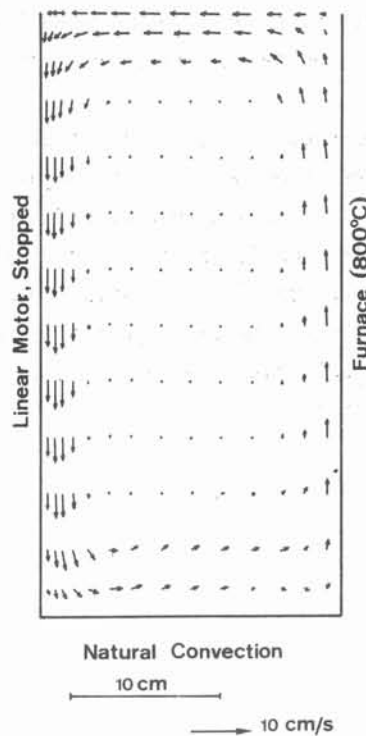
Figure 2.19 : Cartes d'isothermes en convection naturelle.

- (a) Mesures
- (b) Calcul numérique.

pératures calculées et mesurées en convection naturelle. Ce résultat est toutefois à rapprocher du fait que les trois coefficients d'échange ont déjà été ajustés à partir des expériences et des calculs en brassage électromagnétique.

Les deux cartes montrent une distribution classique de la convection naturelle : les gradients sont localisés près des parois dans des couches limites thermiques. Ils provoquent l'écoulement recirculant. Contrairement au cas du brassage, où le cœur était pratiquement homogène en température, dans le cas de la convection naturelle, des gradients thermiques existent toujours mais ils sont verticaux, donc non moteurs pour le mouvement.

Concernant les vitesses, il est à noter que, dans le cas présent, les vitesses sont trop faibles pour être mesurées, donc seule une carte de vitesse calculée est présentée (fig. 2.20).



*Figure 2.20 : Vitesses calculées en convection naturelle.*

Cette carte montre clairement les deux couches limites, de caractéristiques assez proches de celles dégagées au paragraphe 3.1.4.1., dans un calcul approché. L'influence de la cavité est aussi nettement visible : la couche descendante est alimentée par la surface libre, ce qui explique sa grande épaisseur dès l'origine. Par contre, cette même couche est dispersée par le fond de la cavité. Donc la réalimentation directe de la couche montante est moins nette, ce qui explique que le comportement de celle-ci soit plus proche du cas de la plaque de hauteur infinie. Enfin, la partie centrale du liquide reste pratiquement sans mouvement : c'est la zone de stratification.

## CONCLUSION

Nous avons réalisé des mesures détaillées de champ magnétique, de densité de courant, de vitesses et de température dans la lingotière expérimentale, dans des cas de convection naturelle ou de convection provoquée par un brasseur électromagnétique, en régime permanent. La faisabilité d'une telle étude a été démontrée, bien que le métal utilisé soit de l'aluminium liquide à une température voisine de 660°C. Les résultats permettent de montrer clairement les principales caractéristiques hydrodynamiques du brassage asynchrone en lingotière.

De plus, l'influence des mouvements convectifs sur le champ de température est nettement dégagée également : stratification du liquide en convection naturelle, homogénéisation du coeur du liquide en brassage avec localisation des gradients dans des couches limites étroites. Ce résultat est très intéressant pour la suite de l'étude, à cause de l'importance du comportement thermique du métal liquide sur les structures de solidification d'un lingot.

Parallèlement aux mesures qui sont longues et parfois difficiles à mettre en oeuvre, une modélisation complète des phénomènes électromagnétique, hydrodynamique et thermique a été conduite. Elle donne des résultats en bon accord avec les expériences, sur la valeur moyenne du champ magnétique, la valeur maximale des vitesses et la distribution générale des vitesses et de la température. Elle permet la représentation des situations à la fois de convection naturelle et de brassage électromagnétique. Cette confrontation a permis de valider le mode de calcul et d'aborder la modélisation du problème de solidification de lingot à partir des méthodes élaborées en régime permanent.

## CHAPITRE III

MODÉLISATION DE LA SOLIDIFICATION D'UN  
ALLIAGE PRENANT EN COMPTE LES EFFETS CONVECTIFS  
DANS LE LIQUIDE





## 1. INTRODUCTION

En vue d'expliquer les structures de solidification, les métallurgistes tentent de les relier aux grandeurs thermiques et chimiques locales : gradient de température au niveau du front de solidification, vitesse d'avancement du front, surfusion en pointe de dendrite, rejet de soluté, etc... Or, ces paramètres sont d'un accès très difficile aux expériences. En effet, en dehors de conditions de solidification très contrôlées, comme par exemple la solidification dirigée, il est difficile, dans les cas de solidification en lingot par exemple, d'obtenir des informations directement exploitables par des expériences. Ainsi, il est connu que la transition colonnaire-équiaxe se situe dans une gamme de surchauffe de l'ordre de 5°C, voire peut-être moins. C'est pourquoi des modèles sont nécessaires, en vue d'interpréter les résultats expérimentaux et de dégager les tendances parfois peu visibles sur les mesures directes.

Du point de vue théorique, la structure de solidification dépend de paramètres agissant à deux échelles différentes :

- D'une part localement, à l'échelle dendritique ; c'est la démarche adoptée dans les modèles de BURDEN et HUNT (1974), de TRIVEDI (1980) et de KURZ et FISCHER (1981).
- D'autre part, globalement, à l'échelle de la pièce ; le comportement d'ensemble, l'échange thermique par le moule ou la convection dans le liquide par exemple, modifient les conditions locales de solidification. Les modèles de solidification de ce type sont exposés dans l'annexe B.

Un analyse détaillée consisterait donc à pouvoir coupler un modèle local et un modèle global. Dans l'état actuel, une telle démarche paraît difficile, compte tenu des différences d'échelles et d'ordres de grandeur.

Notre étude a consisté en une analyse de l'influence de la convection dans le liquide, d'origine thermique ou due à un brassage électromagnétique, sur la solidification, à l'échelle globale. En effet, le problème n'avait été abordé, jusqu'à présent, que de manière approchée ou partielle. Le modèle, développé au chapitre 2, a été adapté au cas de la solidification d'un lingot, avec détermination complète de l'écoulement dans le liquide par résolution des équations du mouvement.

Toutefois, malgré le caractère global de ce modèle (transferts thermiques et écoulements d'ensemble), nous avons essayé d'en tirer des informations de type plus local, en vue d'analyser l'influence de la convection sur les structures de solidification.

Enfin, le modèle actuel, bien que n'abordant qu'une partie du problème du transfert convectif en analysant son influence dans le liquide a été conçu de manière suffisamment générale pour être facilement adapté à d'autres applications, où interviennent également le transfert convectif, comme par exemple les problèmes de macroségrégations ou les problèmes d'alimentation en fin de solidification.

## 2. LA MODELISATION

### 2.1. Formulation du problème

Nous nous intéressons au problème de solidification d'un alliage binaire. Il existe donc un intervalle de solidification, compris entre deux températures, où solide et liquide coexistent. Ces températures de début et de fin de solidification ne correspondent pas automatiquement aux températures de liquidus et de solidus données par le diagramme de phase pour une concentration en soluté donnée. En effet, d'une part pour qu'il y ait croissance de la phase solide dans le cas d'un front non plan, il est nécessaire que le liquide soit en surfusion au niveau du front. Nous verrons que cette surfusion peut être de l'ordre de  $1^\circ$  dans le cas d'une solidification en lingot. D'autre part, la réaction de transformation de phase ne se déroule pas généralement à l'équilibre, du fait de la diffusion limitée dans le solide. Donc la température de fin de transformation est comprise entre la température de solidus et la température eutectique.

En première approximation, il est possible de séparer le problème global en plusieurs zones :

- la zone de métal encore liquide de température supérieure à la température de début de solidification,
- la zone solide / liquide, parfois appelée aussi pâteuse, où le liquide et le solide coexistent, de température comprise dans l'intervalle de solidification,
- la zone de solide déjà formé ,
- la zone extérieure au métal, qui englobe tout ce qui va régir le transfert thermique en cours de solidification. Elle comprend par exemple le moule et ses différents constituants, l'air ambiant (cas d'un échange par radiation et convection naturelle), l'eau de refroidissement (cas d'un échange par convection forcée).

Le comportement de la zone solide/liquide est complexe et nécessite une analyse plus détaillée. D'après SCHWERTFEGGER (1977), cette zone peut se subdiviser en trois sous-zones, une ou deux d'entre elles pouvant ne pas exister suivant les cas.

- une zone, où à la fois, le liquide et le solide sont en mouvement. Cette zone correspond au concept de cristallites qui sont à l'origine de la croissance équiaxe (LESOULT 1982),
- une zone, où seul le liquide se déplace à travers un "squelette" fixe de solide. Cette zone correspond au cas de la croissance colonnaire,
- une zone, où ni le liquide, ni le solide ne se déplacent. Elle apparaît en fin de solidification, lorsque la fraction solide formée est importante et empêche le liquide de se déplacer. Elle peut être à l'origine de la formation de porosité par absence d'alimentation en liquide résiduel (LAMANTHE, 1982).

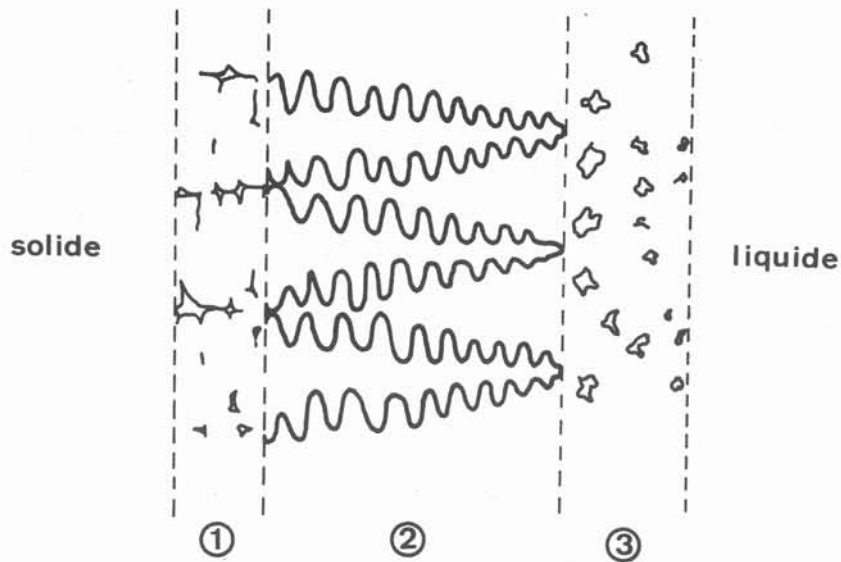


Figure 3.1 : Schématisation de la zone solide/liquide d'après SCHWERDTFEGER

- I. zone où liquide et solide sont immobiles.
- II. zone où le liquide se déplace seul.
- III. zone où liquide et solide sont en mouvement.

La solidification met en jeu à la fois des échanges de chaleur et des échanges de soluté. L'un et l'autre de ces transferts peuvent s'effectuer soit par diffusion, soit par convection. La nécessité d'évaluer le transfert convectif impose de connaître les mouvements du liquide et du solide, s'ils existent.

Les origines des mouvements du liquide en cours de solidification sont variées (KATTAMIS, 1981) :

- \* la convection thermique,
- \* la convection forcée (forces électromagnétiques par exemple)

Ces deux mécanismes ont déjà été étudiés dans le chapitre 2, lors de la caractérisation hydrodynamique et thermique en régime permanent.

- \* la convection solutale, liée aux variations de masse volumique en fonction de la concentration en soluté du liquide,
- \* le retrait à la solidification. En effet, comme le solide est plus dense que le liquide dans le cas des alliages usuels, le liquide résiduel est obligé d'aller alimenter la formation de solide.

Les mouvements du solide déjà formé peuvent être dus à :

- \* l'entraînement par le liquide,
- \* la poussée d'Archimède, le solide étant plus dense que le liquide,
- \* les forces électromagnétiques, s'il y a lieu.

### 2.1.1. Equations dans la zone liquide

Les équations qui régissent dans la zone liquide, l'écoulement, les transferts thermique et solutal, sont les bilans de masse totale, de quantité de mouvement, d'énergie et de masse de soluté. Dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, les équations présentent une forme très équivalente à celles exposées au chapitre 2, avec toutefois un terme transitoire supplémentaire.

Elles sont écrites ici en notation vectorielle.

$$\text{div } u = 0 \quad |1|$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \text{grad } u = - \frac{1}{\rho_L} \text{grad } p + \text{div} (v_e \text{ grad } u) + \frac{1}{\rho_L} \overline{F} - \beta (T - T_0) g - \chi (C_L - C_0) g \quad |2|$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \text{grad } T = \text{div} (\alpha_e \text{ grad } T) \quad |3|$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial t} + u \cdot \text{grad } C_L = \text{div} (D_e \text{ grad } C_L) \quad |4|$$

$\chi$  est le coefficient de variation de masse volumique avec la concentration qui conditionne la convection solutale,

$D_e$  est la diffusivité chimique effective, du même type que  $v_e$  et  $\alpha_e$  en cas de turbulence.

### 2.1.2. Equations dans la zone solide

Dans la zone solide, les vitesses sont nulles, seuls interviennent le transfert thermique par conduction et le transfert chimique par diffusion dans le solide. En général, ce dernier est négligé, compte tenu de la faiblesse du coefficient de diffusion solide.

### 2.1.3. Equations dans la zone solide/liquide

Dans la zone solide/liquide, une modélisation précise nécessiterait de connaître la structure du solide par rapport au liquide.

Cette démarche est réalisée dans certains modèles de croissance dendritique mais nécessite en revanche des approximations très restrictives.

Une modélisation plus globale passe par le concept de volume élémentaire défini par FLEMINGS et NEREO (1967). Il s'agit d'un volume suffisamment petit pour être traité comme un élément différentiel, toutefois suffisamment grand pour que la fraction solide dans celui-

ci corresponde à la moyenne locale. Les variables température et concentration dans le liquide sont supposées uniformes dans ce volume.

Les équations sont obtenues par bilans de masse totale, d'enthalpie, de masse de soluté, totale et dans le solide, sur ce volume  $V$  comprenant à la fois du solide en volume  $V_S$  et du liquide en volume  $V_L$ .  $g_S$  est la fraction solide volumique ( $g_S = V_S/V$ ).

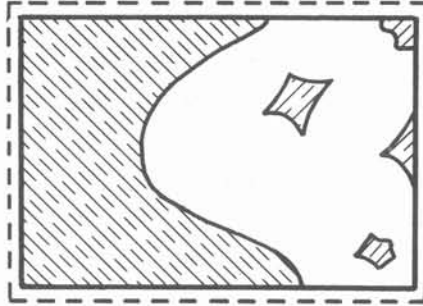


Figure 3.2 : Elément de volume  $V$  sur lequel sont réalisés les bilans (plan pour la clarté de la figure).

$V_S$  : volume solide (partie hachurée)

$S$  : surface externe du volume  $V$  (ligne pointillée).

#### Bilan global de masse

Entre deux instants  $t$  et  $t+dt$ , la variation de masse de l'élément de volume  $V$  est :

$$d\mathcal{M} = \iiint_V \left( \rho_S g_S + \rho_L g_L \right) \Big|_t^{t+dt} dv$$

La masse de matière entrant dans le volume, pendant  $dt$ , est donnée par :

$$d\mathcal{M} = - dt \iint_S (\rho_S g_S u_S \cdot n + \rho_L g_L u_L \cdot n) ds$$

où  $u_L$  et  $u_S$  sont les vitesses respectivement du liquide et du solide.

$n$  : normale orientée vers l'extérieur à la surface  $S$ .

Cette expression fait implicitement l'hypothèse que, sur la surface  $S$ , le solide et le liquide sont répartis de la même façon que dans le volume  $V$ . Cette hypothèse n'est bien sûr pas vraie sur un cas particulier comme le montre la figure 3.2, mais comme le volume  $V$  est quelconque, on peut admettre qu'en moyenne, elle sera vérifiée.

Le bilan global de masse s'écrit en définitive :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_S g_S + \rho_L g_L) + \text{div} (\rho_S g_S u_S + \rho_L g_L u_L) = 0$$

### Bilan d'enthalpie

On fait l'hypothèse classiquement admise que l'enthalpie d'un mélange solide/liquide est égale à la somme des enthalpies de chacune des phases. On néglige donc la contribution interfaciale.

$$\mathcal{H} = \rho_S g_S H_S + \rho_L g_L H_L$$

avec  $H_S$  enthalpie du solide par unité de masse

$H_L$  enthalpie du liquide par unité de masse.

D'une manière analogue au bilan précédent, mais en tenant compte en plus de l'énergie sortant par conduction thermique dans le liquide et dans le solide, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_S g_S H_S + \rho_L g_L H_L) + \text{div} (\rho_S g_S H_S u_S + \rho_L g_L H_L u_L) \\ = \text{div} [(g_S \lambda_S + g_L \lambda_L) \text{grad } T] \end{aligned} \quad |6|$$

### Bilan global de masse de soluté

En tenant compte des flux massiques de soluté à la fois diffusif et convectif, on obtient après bilan sur le volume  $V$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_S g_S C_S + \rho_L g_L C_L) + \text{div} (\rho_L g_L C_L u_L + \rho_S g_S C_S u_S) = \\ \text{div} (\rho_S D_S g_S \text{grad } C_S) + \text{div} (\rho_L D_L g_L \text{grad } C_L) \end{aligned} \quad |7|$$

### Bilan de masse de soluté dans le solide

Dans cette équation, il est nécessaire de faire intervenir les échanges solutaux entre le solide et le liquide au moment de la solidification. D'après l'hypothèse d'équilibre à l'interface, la concentration du solide  $C_S^*$  à l'interface solide/liquide est reliée à la composition du liquide par l'intermédiaire du coefficient de partage  $k$  :

$$C_S^* = k C_L$$

Par contre, la composition moyenne du solide formé  $C_S$ , dépend de l'état de microségrégation. Deux cas limites peuvent être envisagés :

- l'élément, qui constitue le soluté, ne diffuse pas dans le solide. Dans ce cas, la production  $S$  de soluté solide correspond uniquement à la solidification à l'interface, pendant l'intervalle de temps de durée  $dt$ , soit :

$$S = \rho_S k C_L \frac{\partial g_S}{\partial t}$$

Dans ce cas, apparaît un maximum de microségrégation dans le solide formé, et le bilan en soluté solide s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_S g_S C_S) + \text{div} (\rho_S g_S C_S u_S) = \rho_S k C_L \frac{\partial g_S}{\partial t} + \text{div} (\rho_S D_S g_S \text{grad } C_S) \quad |8|$$

L'équation |7| s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_L g_L C_L) + \text{div} (\rho_L g_L C_L u_L) = - \rho_S k C_L \frac{\partial g_S}{\partial t} + \text{div} (\rho_L D_L g_L \text{grad } C_L) \quad |9|$$

- L'élément considéré diffuse infiniment rapidement dans le solide. Dans ce cas-là, localement, le solide est homogène en composition. Donc sa composition doit être celle de l'interface :

$$C_S = C_S^* = k C_L \quad |10|$$

avec substitution immédiate dans l'équation |7|. Par diffusion infiniment rapide, il faut entendre à l'échelle du volume considéré, et cette hypothèse n'est pas incompatible avec une diffusion dans le solide finie et même négligeable à l'échelle de la pièce, avec apparition de macroségrégations.

En réalité, l'effet de la diffusion solide se place entre ces deux cas limites. Son influence peut être caractérisée par un paramètre  $a$ , comme le proposent TACKE et Coll. (1981), compris entre 0 et 1, qui décrit l'extension de la microségrégation. L'équation |7| devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_L g_L C_L) + \text{div} (\rho_L g_L C_L u_L) = & - \rho_S k C_L \frac{\partial g_S}{\partial t} - a k [g_S \frac{\partial}{\partial t} (\rho_S C_L) \\ & + \text{div} (\rho_S g_S C_L u_S) - \text{div} (\rho_S D_S g_S \text{grad } C_L)] + \text{div} (\rho_L D_L g_L \text{grad } C_L) \end{aligned} \quad |11|$$

### Equilibre à l'interface

L'équilibre thermodynamique du solide et du liquide donne une dernière relation entre la température et la concentration du liquide à l'interface solide/liquide, par l'intermédiaire du diagramme de phase. En général, la courbe liquidus est approximée par une droite :

$$T = T_F - m C_L \quad |12|$$

$T_F$  : température de fusion du corps pur.



### Ecoulements dans la zone Solide-Liquide

Pour compléter la description de la zone solide/liquide, il est nécessaire d'estimer les écoulements qui peuvent s'y développer. A ce niveau, deux situations peuvent se produire :

- Le squelette solide est fixe et le liquide circule à travers. C'est le cas en croissance dendritique colonnaire. Dans ce cas, l'écoulement peut s'apparenter à un écoulement en milieu poreux. Or, dans les milieux poreux, on applique la loi empirique de DARCY :

$$u_L = - \frac{K}{\rho \nu g_L} (\text{grad } p + \rho_L g - \bar{f}_e) \quad |13|$$

avec

$u_L$  : vitesse moyenne du liquide dans le réseau solide

(différente de la vitesse de filtration des hydrogéologues  $V^* = g_L u_L$  qui correspond à un débit par unité de surface).

$K$  : perméabilité du milieu, souvent prise de la forme  $\gamma g_L^2$  avec  $\gamma$ , constante.

$\bar{f}_e$  : forces extérieures, introduites dans l'équation par analogie au gradient de pression, dans les équations de Navier-Stokes. Ce terme, qui n'existe pas dans la formulation classique de la loi de DARCY, peut intervenir dans les écoulements interdendritiques du fait de forces électromagnétiques ou de forces centrifuges (KOU et Coll. 1978).

Cette approche a été appliquée au problème de solidification par PIWONKA et FLEMINGS (1966). Elle a été discutée et complétée par les travaux de WEINBERG avec KAEMPFFER (1971), STEWART (1972) et STREAT (1976). Toutefois, la détermination d'une perméabilité reste encore très controversée. Des études récentes de LACAZE et LESOULT (communication privée) tentent d'apporter de nouvelles informations en abordant le problème par des voies originales (solidification unidirectionnelle et analyse d'images).

- Le solide et le liquide sont en mouvement. Ce type d'écoulement s'apparente au cas des suspensions (FORTIER, 1967). Toutefois, peu d'informations sont disponibles en mécanique des fluides à ce sujet. En effet, seuls les cas de suspension avec faible fraction solide sont bien modélisés. D'autre part, l'hypothèse de même densité du solide et du liquide est très souvent supposée. Cette hypothèse empêche donc d'envisager le problème de sédimentation des cristallites équiaxes, tel que l'ont mis en évidence des expériences de KOHN (1968). La méthode d'étude des suspensions consiste généralement à obtenir une viscosité apparente dans une expérience de viscosimètre de Couette. Cette démarche a été effectuée dans le cas d'alliages, pour des applications de rhéocoulée (SPENCER et Coll. 1972). Toutefois, les conditions expérimentales recherchées dans ces essais sont un cisaillement intense et semblent donc peu représentatives des conditions de croissance équiaxe. Concernant les problèmes de transfert thermique et de masse entre les particules solides et le fluide, une importante littérature existe en génie chimique mais elle concerne généralement les lits fixes et les lits fluidisés et semble difficilement pouvoir se transposer au cas d'un lit entraîné dans un système recirculant.

#### 2.1.4. Comportement et équations dans la "zone extérieure"

Dans la "zone extérieure" intervient uniquement le transfert thermique. Toutefois, celui-ci est très important puisqu'il conditionne la façon dont les échanges vont s'effectuer dans le métal, donc la structure de solidification. Le moule - forme et conception, propriétés des matériaux, étuvage, refroidissement éventuel - est l'un des deux paramètres, avec la surchauffe initiale, sur lequel le fondeur peut agir (en l'absence bien sûr de brassage électromagnétique). Cet échange peut prendre des aspects très compliqués avec apparition de résistances de contact :

- En moule de fonderie, formation d'une lame d'air entre le moule et le métal, lors du retrait à la solidification, où les échanges se font par conduction et rayonnement (KÖLLING et GRIGULL, 1981).
- Présence de minces couches de poteyage généralement thermiquement isolantes sur certains moules, comme par exemple en coulée centrifuge (EBISU, 1977).
- Film d'eau ruisselant le long du produit avec vaporisation partielle en coulée continue (WECKMAN et NIESSEN, 1982).

Toutefois, vu du côté métal, le problème peut toujours se ramener à une relation en chaque point de la frontière entre la température en ce point et le flux local. Cette relation peut être simple dans certains cas - conditions de DIRICHLET, de NEWTON. Mais dans le cas le plus général, elle résulte de l'analyse en deux modèles couplés : un modèle décrivant le comportement du métal, un modèle décrivant la "zone extérieure", avec comme inconnues aux frontières communes, la température et le flux de chaleur, ces inconnues étant déterminées par les relations de continuité de la température et du flux.

#### 2.2. Hypothèses simplificatrices

Le but de la modélisation est d'obtenir l'évolution de la température dans la zone de liquide au cours de la solidification, en prenant en compte les effets convectifs dans celui-ci. C'est pourquoi la description de la zone liquide a été particulièrement soignée, avec résolution complète des équations du mouvement. Par contre, il a été nécessaire de faire dans d'autres domaines des hypothèses très simplificatrices, en particulier concernant l'état initial, la géométrie, la zone extérieure au métal, la modélisation de la turbulence dans le liquide et enfin le comportement de la zone solide/liquide.

##### 2.2.1. Etat initial

A l'instant initial, le métal est supposé isotherme et sans mouvement. Cette hypothèse est directement liée aux conditions de coulée.

En effet, pour que la condition d'isothermie soit vérifiée, il faut que le temps de coulée soit petit vis-à-vis du temps caractéristique d'extraction de la chaleur,  $t_{ex}$ ,

qu'on peut construire comme suit :

$$t_{ex} = \frac{\rho C_p \Delta T_c}{\phi} \frac{V}{S}$$

avec  $T_c$  : température de coulée  
 $\Delta T_c$  : variation de température caractéristique pendant  $t_{ex}$   
 $\phi$  : flux de chaleur extrait  
 $S$  : surface d'échange.

Pour le cas des conditions expérimentales et un  $\Delta T_c$  de l'ordre de 5°C, qui correspond à l'imprécision sur la température de coulée,  $t_{ex}$  vaut de l'ordre de 33 s, ce qui est du même ordre que le temps nécessaire à la coulée.

Donc les conditions expérimentales seront a priori assez éloignées des conditions du modèle. Toutefois, une hypothèse plus réaliste obligerait de modéliser le remplissage de la lingotière, ce qui constituerait une grosse complication.

La condition d'absence de mouvement est liée au temps d'élimination de la quantité de mouvement induite par la coulée. En suivant les calculs de WITZKE (1980), on peut supposer qu'à l'instant initial de la coulée, il y a transformation complète de l'énergie potentielle due à la coulée en énergie cinétique du liquide, soit :

$$\frac{V_i^2}{2} = g H$$

H : hauteur de chute entre la goulotte et le fond de la lingotière.

L'élimination du mouvement se fait par dissipation visqueuse turbulente (phénomène de la cascade de tourbillons pour dégrader l'énergie). Un temps caractéristique de cette élimination peut donc être donné par :

$$t_{el} = \frac{\ell^2}{\nu_e} = \frac{\ell^2}{(0,1.\ell) \times (0,1.V_i)}$$

$\nu_e$  est une viscosité effective, qui tient compte de la turbulence (voir chapitre 2).

Dans notre cas, H est de l'ordre de 50 cm,  $\ell$  de 20 cm, d'où  $t_{el}$  est de l'ordre de 7 s, ce qui est très court.

### 2.2.2. Géométrie

La géométrie est bidimensionnelle, plane puisqu'en continuité avec les études du chapitre 2. Une transposition au cas axisymétrique ne poserait pas de problème particulier. La géométrie adoptée dans les différents tests du modèle correspond au cas d'un lingot parallélépipédique de rapport hauteur sur largeur donné et égal à 2 (high aspect ratio).

### 2.2.3. Modélisation de la zone extérieure au métal

Dans l'étape actuelle, cette modélisation est la plus simple possible, puisque l'échange moule-métal est caractérisé par un coefficient d'échange, constant au cours du temps, entre le contact moule-métal à température  $T_p$  et le milieu extérieur de température  $T_{réf}$  :

$$\phi = \lambda \left. \frac{dT}{dn} \right|_{\text{paroi}} = h (T_p - T_{réf}) \quad |14|$$

Cette hypothèse revient à supposer que tout le transfert thermique se fait du métal vers l'extérieur, sans intervention du moule. Pour cela, il faut soit que la capacité calorifique du moule soit négligeable vis-à-vis de celle du métal, soit que le moule ait été étuvé à une température proche de la température de coulée. Ces conditions ne sont pas réalisées dans le cas des petits lingots coulés en moule massif, et comme l'ont montré DOHERTY et Coll. (1978), la température d'étuvage du moule joue un grand rôle sur les structure de solidification. Toutefois, dans le cas des grands lingots, l'hypothèse de prendre un coefficient d'échange constant semble assez réaliste.

### 2.2.4. Turbulence

Le problème du traitement de la turbulence au coeur du liquide a été détaillé au chapitre 2. Dans la zone solide/liquide, les écoulements, s'ils existent, sont suffisamment lents pour ne pas être turbulents. Il faut donc évaluer le comportement de la turbulence au voisinage du front solide/liquide. Le problème est compliqué, puisqu'il s'agit d'une surface fortement rugueuse (pointes de dendrites), et qu'aucune information directe par mesures n'existe dans l'état actuel. Or, une bonne évaluation de la turbulence au voisinage du front serait particulièrement importante puisqu'elle modifie les transferts thermiques locaux, mais surtout elle conditionne le transfert de masse (rejet de soluté) vers le liquide.

En appliquant le critère de rugosité des conduites, il semble que le problème de la structure rugueuse du front dendritique soit moins important qu'on pourrait le craindre a priori :

$$\delta_f = 7 \frac{\nu}{u^*} \sim 7 \frac{\nu \cdot 10}{u_{\max}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

avec  $\delta_f$  : épaisseur de la sous-couche visqueuse  
 $u^*$  : vitesse de frottement prise égale à 10 % de la vitesse maximale  
 $u_{\max}$  (40 cm/s).

Or, justement, la périodicité des dendrites est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-4}$  m. En définitive, en l'absence d'informations complémentaires, le modèle de turbulence adopté est identique à celui du chapitre 2 (modèle en longueur de mélange), en supposant que le front de solidification se comporte comme une paroi.

### 2.2.5. Zone solide/liquide

La description de la zone solide/liquide présentée correspond au cas le plus général. Toutefois, suivant les cas et les types de problèmes envisagés, de nombreuses hypothèses sont possibles. Elles sont liées à la possibilité d'écoulement et à son influence sur les transferts.

#### \* Ordre de grandeur des écoulement dans la zone solide/liquide

Les calculs et les mesures de SZEKELY et JASSAL (1978) montrent que les vitesses dans la zone solide/liquide sont de l'ordre de 1 % des vitesses dans le liquide. De plus, les modèles de macroségrégation (RIDDER et Coll. 1978, FUJII et Coll. 1979) montrent que les vitesses interdendritiques sont de l'ordre de  $10^{-4}$  m/s. Enfin, dans le cas de notre dispositif avec brassage électromagnétique, en négligeant le gradient de pression dans la loi de DARCY, on obtient, pour une intensité  $I_{eff}$  de 245 A, une vitesse, à 60 % de fraction liquide :

$$u_L = \frac{\gamma g_L}{\rho v} \frac{1}{f} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

avec une valeur de  $\gamma$  de  $5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$  (valeur moyenne entre les différents auteurs cités).

#### \* Influence d'un écoulement en zone solide/liquide sur la température

Le nombre de Peclet permet d'estimer le rapport du transport convectif au transport diffusif. On construit deux nombres de Peclet :

- un nombre de Peclet "microscopique" avec, comme longueur caractéristique,  $\lambda$  l'espacement interdendritique ; il traduit l'influence de la convection à l'échelle d'une dendrite.
- un nombre de Peclet "macroscopique" avec comme longueur caractéristique  $\ell$ , l'échelle de la zone solide/liquide, soit par exemple l'échelle de la pièce entière.

$$Pe_{mi,T} = \frac{v\lambda}{\alpha_L} \sim \frac{10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^{-4} \ll 1$$

$$Pe_{ma,T} = \frac{v\ell}{\alpha_L} \sim \frac{10^{-4} \cdot 0,1}{4 \cdot 10^{-5}} = 0,25$$

avec  $v$  de l'ordre de  $10^{-4}$  m/s

et  $\lambda$  de l'ordre de 200  $\mu\text{m}$ .

Donc l'influence de la convection au niveau des dendrites est tout à fait négligeable, ce qui permet de s'affranchir de la structure complexe de celle-ci et d'envisager sans problème une description de type général de la zone solide/liquide, comme proposée par FLEMINGS. D'autre part, même à l'échelle de la pièce, la convection interdendritique ne joue

qu'un faible rôle sur la thermique et peut, en première approximation, être négligée.

Ces remarques conduisent à une description très simplifiée du comportement thermique de la zone solide/liquide puisque les termes convectifs sont négligés. Avec  $H_5$  égal à  $C_p T$  et  $H_L$  égal à  $C_p T + \Delta H$  (même chaleur spécifique du solide et du liquide) l'équation [6] devient :

$$C_p \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} T) + \Delta H \frac{\partial}{\partial t} (\rho_L g_L) = \text{div} [(g_S \lambda_S + g_L \lambda_L) \text{grad } T] \quad [15]$$

avec

$$\bar{\rho} = \rho_S g_S + \rho_L g_L$$

De plus, comme dans le cas des alliages considérés, le facteur de contraction  $\beta_c = (\rho_S - \rho_L) / \rho_S$  est faible (de l'ordre de 4 %), au premier ordre l'équation [15] peut s'écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\Delta H}{C_p} \frac{\partial g_S}{\partial t} = \text{div} [(g_S \alpha_S + g_L \alpha_L) \text{grad } T] \quad [16]$$

#### \*Influence d'un écoulement en zone solide/liquide sur la concentration en soluté

De la même façon que pour le problème thermique, on construit deux nombres de Peclet chimique :

$$Pe_{mi,C} = \frac{v \lambda}{D_L} \sim \frac{10^{-4} \times 2 \cdot 10^{-4}}{3,2 \cdot 10^{-9}} = 6,3$$

$$Pe_{ma,C} = \frac{v l}{D_L} \sim \frac{10^{-4} \times 0,1}{3,2 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^3$$

On constate la très grande différence d'ordre de grandeur entre les nombres de Peclet chimique et thermique ( $10^4$ ). Cette différence est une des caractéristiques des alliages métalliques, puisque le nombre de Prandtl ( $\alpha/\nu$ ) est généralement faible, de l'ordre de  $10^{-2}$ , alors que le nombre de Schmidt ( $D/\nu$ ) est grand, de l'ordre de  $10^2$ . Ainsi le transfert chimique se fait préférentiellement par convection, le mécanisme de diffusion chimique dans le liquide étant très limité.

Même à l'échelle dendritique, la convection peut influencer les transferts chimiques, comme le montre l'estimation de  $Pe_{mi,C}$ . Ce transport est d'ailleurs à l'origine du mécanisme de redressement des branches de dendrites à contre-courant de la circulation de métal liquide, comme le montrent, dans les expériences de ICHIKAWA (1980) les profils, obtenus à la microsonde, de concentration en soluté perpendiculairement à la direction des dendrites.

À l'échelle de la pièce, le rôle de la convection apparaît comme très important, à tel point que le rôle de la diffusion peut être complètement négligé, comme dans certaines modélisations de la zone interdendritique. Ce problème est directement lié à l'apparition de

macroségrégations, lesquelles correspondent à une variation de la composition en éléments d'alliage sur une échelle macroscopique.

La diffusion chimique moléculaire seule conduit à des effets de macroségrégations très faibles, avec un léger appauvrissement en début de solidification et corrélativement un léger enrichissement en fin de solidification, comme le montrent par exemple les calculs de TACKE et Coll. (1981) en coulée continue d'acier. Le rôle de la diffusion chimique moléculaire peut donc être négligé pour ce qui concerne les macroségrégations.

Pour expliquer les macroségrégations observées sur les lingots, il est nécessaire de considérer les transports convectifs de soluté, sur des distances incompatibles avec le rayon d'action caractéristique de la diffusion chimique moléculaire :

$$r_c = \sqrt{D_L t_c} \sim \sqrt{3,2 \cdot 10^{-9}} \times 10^3 \sim 2 \text{ mm}$$

A partir des équations [5], [9] et [12] ci-dessus, on retrouve, en négligeant la diffusion à la fois dans le liquide et dans le solide, l'équation de redistribution locale du soluté, proposée par FLEMINGS et NEREO (1967)

$$\frac{d g_L}{d C_L} = - \left( \frac{1-\beta_c}{1-k} \right) \left( 1 + \frac{u_L \cdot \text{grad } T}{\epsilon} \right) \frac{g_L}{C_L} \quad |17|$$

où  $\epsilon = \frac{\partial T}{\partial t}$  est la vitesse de refroidissement.

On suppose dans ce cas que le solide est fixe ( $u_s = 0$ ).

Dans le cas particulier où de plus  $\beta_c$  et  $u_L$  sont supposés négligeables, l'équation [17] se ramène à la loi de SCHEIL-GULLIVER. Toutefois, la formulation plus générale proposée peut avoir son intérêt dans les cas de brassage électromagnétique, comme par exemple concernant l'apparition de zones blanches en coulée continue, qui correspondent à des ségrégations inverses (ou négatives). En effet, deux explications de leur formation sont proposées, suivant deux mécanismes qui paraissent chacun vraisemblables et qui font intervenir l'un, un transport convectif et l'autre, un transport diffusif turbulent.

La première s'appuie sur l'équation de redistribution du soluté [17], en incluant la variation de vitesse d'avancement des isothermes liquidus et solidus dues au brassage électromagnétique. Ainsi un ralentissement de la progression de l'isotherme liquidus conduit à une expulsion du liquide interdendritique vers la zone liquide, donc à un transport de soluté (BRIDGE et ROGERS, 1983).

La deuxième explication est le mécanisme de lavage du front ("washing effect") énoncé par TAKAHASHI (1977) et traduit sous forme de coefficient de partage effectif. Du fait du brassage, dans une partie de la zone solide/liquide, l'écoulement est turbulent. Donc la diffusivité chimique à prendre en compte est une valeur turbulente  $D_e$ , de l'ordre de  $10^5$  supérieure à  $D$ , diffusivité chimique moléculaire. Le phénomène de rejet de soluté se trouve donc



fortement accéléré au niveau du brasseur électromagnétique et conduit localement à un appauvrissement, comme le montre la modélisation numérique détaillée de TACKE et Coll. (1981).

### 2.3. Stade actuel de la modélisation

Le traitement de l'équation complète de transfert de soluté dans la zone solide/liquide devrait pouvoir être intégré à la modélisation, puisqu'a priori, il s'agit d'une équation de transport du même type que les autres. Toutefois, deux problèmes rendent son intégration difficile à l'ensemble des équations. D'une part la faiblesse de la diffusion chimique moléculaire implique des couches-limites en soluté particulièrement fines, et par suite le maillage convenant aux problèmes hydrodynamiques et thermiques se révèle trop grossier. D'autre part, les écoulements dans la zone solide/liquide sont difficiles à estimer. En effet, deux cas peuvent se produire, suivant que le solide est fixe ou lui-même en mouvement. Dans le premier cas, la détermination d'une perméabilité est encore très contestée. De plus, dans ce problème, le passage des variables primales  $u, v, p$  aux variables  $\omega, \psi$ , adopté au chapitre 2 lors des calculs en régime permanent, n'est plus possible, puisque la divergence de la vitesse de filtration  $g_L u_L$  n'est pas nulle, dans le cas où  $\rho_S$  est différent de  $\rho_L$ . Or il est important de prendre en compte les effets de la contraction sur les ségragations.

Dans le second cas, seule une hypothèse de vitesse barycentrique égale pour le solide et le liquide est actuellement possible, par l'intermédiaire d'une viscosité apparente. Dans ce cas, l'équation [7] montre que la concentration moyenne

$$\bar{C} = \frac{\rho_S g_S C_S + \rho_L g_L C_L}{\rho_S g_S + \rho_L g_L}$$

reste constante, donc qu'il n'y a pas de ségragations. En effet, l'effet de cône de ségrégation, en pied de lingot, décrit par SCHWERTFEGGER (1977) provient de la sédimentation des cristallites.

Dans sa conception originelle, le modèle vise essentiellement à décrire de manière précise le comportement thermique de la zone de liquide, sachant toutefois qu'il est nécessaire pour cela de calculer les transferts thermiques globaux, donc en particulier dans la zone solide/liquide.

En conséquence, dans l'étape actuelle, on ne tient pas compte des effets de la convection sur la concentration en soluté dans la zone solide/liquide. De plus, la masse volumique du solide et du liquide sont prises égales au premier ordre, compte tenu de la faible contraction (4 % pour l'aluminium). Les fractions solides massique  $f_S$  et volumique  $g_S$  s'identifient alors.

L'équation [11] devient dans le cadre de ces hypothèses :

$$\frac{\partial}{\partial t} (f_L C_L) + k C_L \frac{\partial f_S}{\partial t} + a k f_S \frac{\partial C_L}{\partial t} = \text{div} (D_L f_L \text{ grad } C_L) \quad [18]$$



Sachant que  $C_L$  est relié à  $T$  par l'équation [12], l'équation [18] permet de déterminer la fraction solide  $f_S$  dans la zone solide/liquide.

Deux versions du modèle ont actuellement été utilisées :

→ D'une part une version A, qui suppose que la température de début de solidification est la température de liquidus.

Dans cette version, on néglige en plus la diffusion chimique dans le liquide. Donc l'équation [18] s'intègre directement, pour donner une relation entre la fraction solide et la température :

$$f_S = \frac{1}{1 - ak} \left\{ 1 - \left( \frac{T_F - T}{T_F - T_L} \right)^{1-ak/k-1} \right\}$$

Quand  $a = 0$  (maximum de microségrégation), on retrouve l'expression classique de la loi de Scheil. Quand  $a = 1$  (pas de microségrégation), il s'agit de la règle du levier. De plus, le paramètre  $a$ , introduit dans le modèle de TACKE (1981), s'identifie à  $2\Omega$ , introduit par CLYNE et KURZ (1981), dans leur modèle adapté du modèle de rétrodiffusion développé par BRODY et FLEMINGS (1966).  $\Omega(\alpha)$  est donné par l'expression suivante :

$$\Omega(\alpha) = \alpha(1 - \exp(-\frac{1}{\alpha})) - \frac{1}{2} \exp(-\frac{1}{2\alpha})$$

$$\text{ou } \alpha = \frac{4 D_S t_f}{\lambda^2}$$

Dans le cas d'un lingot de dimensions 200 x 400 mm échangeant par une grande face (coefficient d'échange  $120 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ), en alliage d'aluminium à 2 % de cuivre :

$$D_S = 1,9 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{pour } T = 640^\circ\text{C} \quad (\text{JOST, 1960})$$

$$\phi.S.t_f = \rho V (\Delta H + C_p \Delta T_S)$$

avec  $\phi$  : flux extrait  
 $S$  : surface d'échange  
 $V$  : volume du lingot  
 $\Delta T_S$  : intervalle de solidification

$$t_f = \frac{\Delta T_S}{\epsilon}$$

avec  $\epsilon$  : vitesse de refroidissement ( $^\circ\text{C/s}$ )

et  $\lambda = 46,4 \times 10^{-6} \times \epsilon^{-1/3} \text{ (m)}$  (cité par FLEMINGS, 1974)

Application numérique :  $\Delta T_S = T_L - T_E = 105,2^\circ\text{C}$

$$t_f = 3130 \text{ s}$$

$$\lambda = 145 \text{ }\mu\text{m}$$

$$\alpha = .115$$

$$\text{et } \Omega = .11$$

La relation entre la fraction solide et la température est donc proche de la loi de SCHEIL, avec formation d'eutectique en fin de solidification. Toutefois, compte tenu du fait que nous nous intéressons essentiellement au début de solidification, la précision de la courbe de fraction solide en fonction de la température est peu importante, puisque ces courbes sont très voisines pour de faibles fractions solides (figure 3.3). Ainsi, pour une température de 640°C, la fraction solide donnée par l'expression tenant compte de la rétrodiffusion est de 0,74, alors que la fraction solide obtenue par la règle du levier est de 0,79.

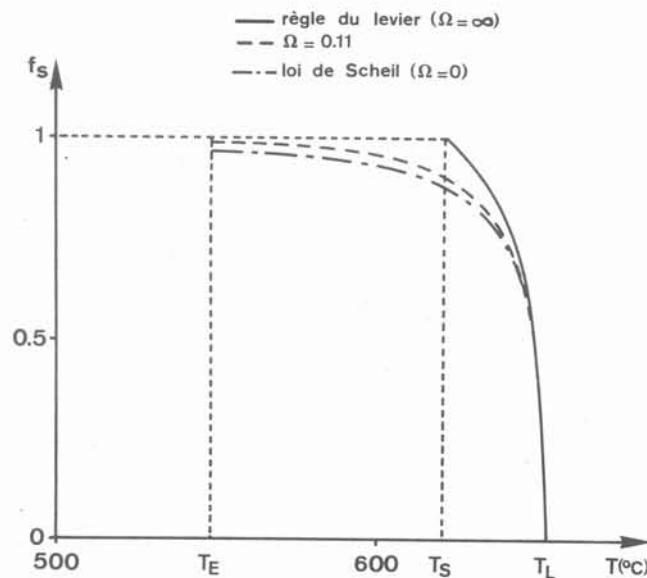


Figure 3.3 : Courbes de fraction solide en fonction de la température.

Donc, dans les applications actuelles du modèle, la règle du levier a été utilisée, en vertu de sa simplicité d'expression, sachant d'une part que cette hypothèse ne porte que peu à conséquence, d'autre part qu'il serait facile d'introduire une expression plus sophistiquée de la fraction solide dans le modèle.

- D'autre part, une version B, qui tient compte d'une surfusion colonnaire donnée (voir § 2.5.2.2). Dans ce cas, on calcule en plus la concentration en soluté dans le liquide et l'équation [18] est intégrée au modèle dans sa forme donnée, en supposant toutefois que  $a$  est égal à 1.

Le tableau 3.1 donne un récapitulatif des équations utilisées en fonction des variables tourbillon  $\xi$ , fonction de courant  $\psi$ , température  $T$ , concentration dans le liquide  $C_L$  et fraction solide  $f_s$ .

Tableau 3.1.

EQUATIONS	REMARQUES
<p>Dans le liquide seul</p> $\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \xi \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \xi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( v_e \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v_e \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \right)$ $- \beta g \frac{\partial T}{\partial x} - \chi g \frac{\partial C_L}{\partial x}$ $\xi = - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$	
<p>Dans l'ensemble des zones</p> $\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\Delta H}{C_p} \frac{\partial f_S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)$ <p>Modèle A :</p> $f_S = \begin{cases} \frac{T_L - T}{(1-k)(T_F - T)} & \text{quand } T_S < T < T_L \\ f_S = 0 & \text{quand } T > T_L \\ f_S = 1 & \text{quand } T < T_S \end{cases}$ <p>Modèle B :</p> $\frac{\partial}{\partial t} (f_L C_L) + \frac{\partial}{\partial x} \left( f_L C_L \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( f_L C_L \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = -k C_L \frac{\partial f_S}{\partial t} - k f_S \frac{\partial C_L}{\partial t}$ $+ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_e f_L \frac{\partial C_L}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_e f_L \frac{\partial C_L}{\partial y} \right)$ $T = T_F - m C_L \quad \text{quand } 0 < f_S < 1.$	<p>→ dans les zones solide/liquide et solide, <math>\psi = 0</math>.</p> <p>→ <math>\alpha</math> est égal à <math>f_S \alpha_S + f_L \alpha_e</math>, où <math>\alpha_e</math> est la diffusivité effective (voir Chapitre 2).</p> <p>→ dans la zone solide/liquide, <math>\psi = 0</math>.</p> <p>→ Cette équation est résolue suivant la variable <math>C_L</math> dans la zone liquide, suivant la variable <math>f_S</math> dans la zone solide/liquide.</p> <p>→ <math>D_e</math> est une diffusivité effective qui tient compte de la turbulence.</p>

## 2.4. Méthode de résolution

Les difficultés liées à la modélisation numérique d'un problème de solidification sont présentées dans l'annexe B. En effet, en plus de l'évaluation des différents paramètres à chaque instant - vitesses, température, concentration en soluté dans certains cas, fraction solide - il est nécessaire de déterminer la position du front de solidification. Compte tenu de l'acquis de l'étude en régime permanent, une méthode de différences finies a été retenue. En effet, en dehors de sa facilité de mise en oeuvre, elle présente l'avantage d'être très développée pour le traitement des équations de Navier-Stokes, contrairement à la méthode des éléments finis, où les méthodes en la matière sont encore en train d'évoluer avec plus ou moins de succès.

La méthode de différences finies utilisée est analogue à celle du cas du régime permanent (GOSMAN et COLL. 1969). Les termes transitoires (dérivées par rapport au temps) sont considérés comme des termes source des différentes équations et traités comme tels. Une méthode implicite est adoptée pour assurer la stabilité sans contraintes sur le pas de temps et le pas d'espace. Toutefois, la méthode des différences finies présente le gros désavantage par rapport à la méthode des éléments finis, de mal s'appliquer aux problèmes de frontières courbes. Plusieurs approches permettent de tourner la difficulté de frontières non droites en méthode des différences finies : - intégration sur un maillage curviligne (BARBIER et COLL. 1982), transformation de coordonnées ramenant le problème à un cas orthogonal (transformations conformes par exemple) (KROEGER et OSTRACH 1979, RAMACHANDRAN et COLL. 1982, CRAINE et ANDREWS 1982), déformation du maillage pour l'ajuster à la frontière (FLOOD et HUNT, 1982), introduction de mailles triangulaires, etc...

Notre approche en la matière est relativement simple. En effet, concernant les variables température et concentration, nous avons suivi une méthode de type continu, similaire à la méthode enthalpique (CROWLEY et OCKENDON, 1979). Les frontières sont fixées a posteriori par la détermination des isothermes de début et de fin de solidification.

Le problème est donc résolu pour les variables température et concentration en soluté mais subsiste pour la description des frontières de l'écoulement. En effet, la très forte contrainte de cisaillement résultant du passage de la zone liquide à la zone solide/liquide ne peut être prise en compte par l'intermédiaire d'un modèle continu. Les méthodes qui consistent à jouer sur la valeur de la viscosité, en appliquant une viscosité très importante au solide, sont connues pour donner de mauvais résultats (ROACHE, 1972).

La seule solution simple consiste alors à approximer les frontières entre zones par une fonction en escalier correspondant au maillage. Dans le cas actuel, l'isotherme de début de solidification se comporte comme une paroi, donc les conditions aux limites de paroi décrites au chapitre 2 pour le tourbillon et la fonction de courant y sont appliquées.

Cette description par une fonction en escalier est certainement peu précise, surtout si l'on s'intéresse à la structure de l'écoulement près de l'interface solide/liquide. Les cartes de vitesse calculées présentent d'ailleurs quelques défauts liés à cette méthode avec des vitesses qui ne sont pas toujours bien parallèles à l'interface. Toutefois, concernant le transfert thermique, le problème n'est pas crucial. En effet, compte tenu de la fai-

blesse du nombre de Prandtl dans les métaux, la couche-limite diffusive thermique est assez épaisse, de telle sorte que, même avec un maillage assez grossier, le premier point du maillage dans le liquide, en avant du front, est encore à la limite de cette couche. Donc la structure fine de l'écoulement joue relativement peu à ce niveau.

Par contre, concernant le transfert de masse, la question est très différente. En effet, compte tenu de la faiblesse de la diffusivité, la couche-limite n'est pas accessible aux modèles numériques classiques. Pour pouvoir estimer les transferts chimiques de soluté vers le liquide en cas de surfusion colonnaire, nous avons eu recours à une méthode de coefficient d'échange. Ainsi, le flux massique de soluté  $\phi_c$  entre l'interface et le premier point du maillage dans le liquide à partir de l'interface, noté 1, est pris égal à :

$$\phi_c = h_c (C_p - C_1)$$

où  $h_c$  est un coefficient d'échange estimé à partir d'une relation entre les nombres de Sherwood, de Schmidt et de Reynolds.

$C_p$  concentration en soluté à l'interface dans le liquide.

L'Annexe A précise la méthode adoptée. Les formules utilisées pour déterminer les coefficients d'échange  $h_c$  sont sans doute peu représentatives du cas de la solidification. Des études de transfert de masse locale au niveau du front de solidification permettraient d'avoir des corrélations plus réalistes à introduire dans les modèles globaux.

## 2.5. Possibilités d'exploitation du modèle

### 2.5.1. Inconvénients et avantages de la méthode choisie

Les inconvénients de cette méthode proviennent de la mauvaise description au voisinage du front de solidification. En effet, compte tenu de son caractère global (transfert thermique dans l'ensemble du lingot), les phénomènes à petite échelle sont moyennés ou escamotés. Un développement de la modélisation nécessiterait une approche couplée entre le modèle global du transfert développé dans cette étude et un modèle local, avec par exemple, une approche en couche limite.

Les deux avantages de la méthode développée sont :

- d'une part la simplicité de mise en oeuvre ; en effet, compte tenu de l'acquis de la méthode en régime permanent, la transposition en cas de la solidification est assez aisée,
- d'autre part, l'adaptation possible à différentes géométries, sans préjuger a priori d'un comportement donné de la solidification comme, par exemple, dans le cas de la méthode des transformations conformes.

## 2.5.2. Contexte métallurgique

Avant de présenter les résultats de la modélisation, il est nécessaire de rappeler les relations entre, d'une part le champ de température et de concentration en soluté et, d'autre part, les structures de solidification.

### 2.5.2.1. Gradient thermique en avant du front de solidification

Le paramètre le plus immédiat entre les conditions thermiques et la structure de grain, est le gradient thermique  $G_L$  en avant du front de solidification. Ainsi, d'une manière générale, les forts gradients conduisent à une croissance colonnaire, alors que les faibles gradients sont propices à l'apparition d'une zone équiaxe.

### 2.5.2.2. Surfusions colonnaire

La croissance impose que la température à l'interface solide/liquide soit inférieure à la température de liquidus donnée par le diagramme de phase dans le cas d'un alliage. En effet, la relation de continuité de masse de soluté à l'interface conduit à un gradient de concentration en soluté dans le liquide, donc la concentration en soluté à l'interface est enrichie par rapport à celle dans le liquide. La figure 3.4 présente les profils thermiques et chimiques dans le cas de la croissance dendritique :

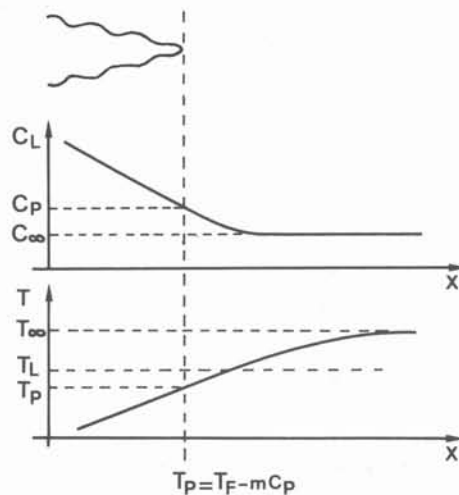


Figure 3.4 : Profils thermique et chimique en croissance dendritique.  
Surfusion en pointe de dendrite :  $T_L - T_p = \Delta T_p$ .

En réalité, le problème est plus compliqué, puisqu'intervient également la courbure au niveau de la pointe de la dendrite (l'aspect cinétique est négligeable) qui introduit un terme supplémentaire. BURDEN et HUNT (1974) ont à la fois réalisé des mesures et modélisé la croissance dendritique en vue de déterminer  $\Delta T_p$  en fonction de la composition de l'alliage, de la vitesse d'avancement du front et du gradient thermique à l'interface. Ils proposent l'expression suivante :

$$\Delta T_p = D G_L / R + E \cdot R^{0,5} \quad |16|$$

Le premier terme correspond à l'effet chimique expliqué sur la figure 3.4, le second terme tient compte de la courbure et E vaut, dans le cas d'un alliage d'aluminium à 2 % de cuivre,  $38,3^\circ\text{C} \cdot \text{s}^{+0,5} \cdot \text{m}^{-0,5}$ . Ainsi, pour un gradient thermique  $G_L$  fort,  $\Delta T_p$  diminue d'abord avec la vitesse R, puis augmente. Par contre, quand le gradient  $G_L$  est faible, ce qui est notre cas,  $\Delta T_p$  est pratiquement toujours croissant avec R. En réalité, dans les cas de solidification de lingot, le premier terme est généralement négligeable par rapport au second. Cette expression a été établie en absence de convection dans le liquide. Or des expériences très récentes faites par ASAI (communication privée) sur des solutions salines semblent montrer que des surfusions bien plus importantes que celles prévues par le modèle de BURDEN et HUNT peuvent apparaître en présence de convection. Toutefois en l'absence de résultats complémentaires, les surfusions en pointe de dendrite calculées dans notre modélisation s'appuient sur le modèle de BURDEN et HUNT.

La surfusion en pointe de dendrite est un phénomène très important pour expliquer la transition colonnaire-équiaxe. En effet, la chaleur latente dégagée par la croissance des cristaux équiaxes doit être évacuée par la zone colonnaire, donc les cristaux équiaxes doivent croître à une température supérieure à la température de pointe de dendrite. Ainsi, à partir de la forme des courbes de surfusion en pointe de dendrite, BURDEN et HUNT (1975) ont tenté d'expliquer la transition colonnaire-équiaxe par une augmentation du gradient et une diminution de la vitesse du front colonnaire. Cette explication, bien que partielle, montre toutefois l'importance du paramètre de surfusion colonnaire. Ce paramètre est aussi un des éléments essentiels d'une modélisation récente de la transition colonnaire-équiaxe, en cours de développement (FLOOD et HUNT, 1983).

#### 2.5.2.3. Surfusion constitutionnelle

Le concept de surfusion constitutionnelle, développé à l'origine par CHALMERS dans le cas d'un front plan, correspond, en première approximation, à l'analogue de la surfusion dans le cas d'un alliage. Ainsi, en plus du comportement thermique, intervient la concentration locale en soluté, qui, d'après le diagramme de phase, modifie localement la température d'équilibre.

La surfusion constitutionnelle est par définition la différence entre la température d'équilibre locale  $T_{eq}$  et la température réelle T. La surfusion constitutionnelle ne constitue donc qu'une fraction de la surfusion en pointe de dendrite.

L'analyse en front plan a conduit à dégager un critère de surfusion constitutionnelle (cité par FLEMINGS, 1974) :

$$\frac{G_L}{R} > - \frac{m C_\infty (1-k)}{D} \quad |17|$$

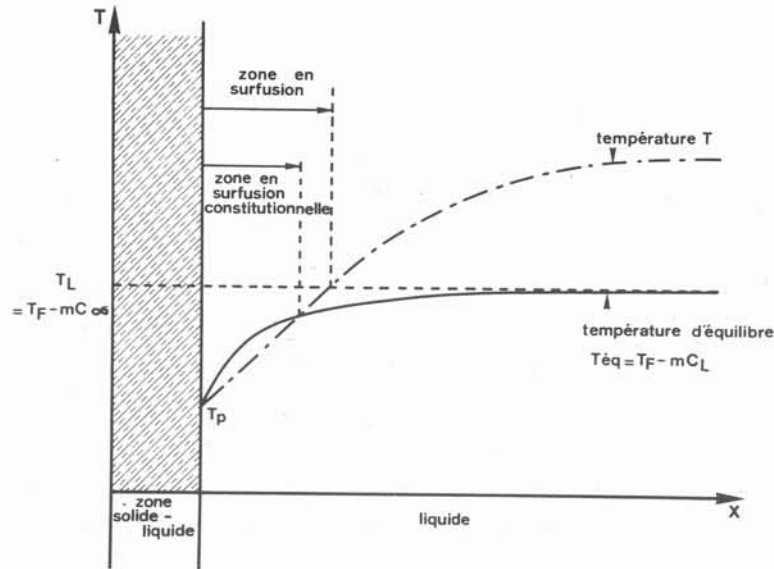


Figure 3.5 : Formation d'une zone en surfusion constitutionnelle.

Bien que ce critère concerne la transition front plan-front cellulaire et non la transition colonnaire-équiaxe, le paramètre  $G_L/R$  est généralement considéré comme représentatif de la surfusion constitutionnelle, donc de la structure de grains dans les lingots. De plus, concernant la croissance équiaxe, l'approche suivante conduit également à dégager le paramètre de surfusion constitutionnelle.

Considérons une cristallite (supposée sphérique pour la simplicité) de rayon  $R$ , de température uniforme, et de concentration uniforme sur sa surface.

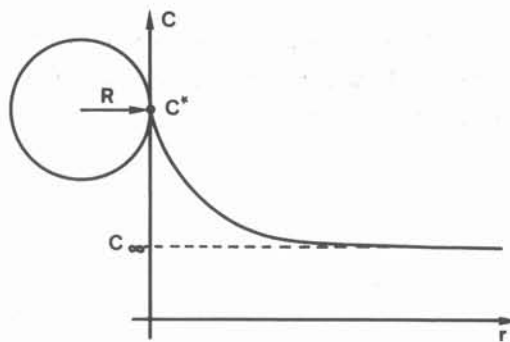


Figure 3.6 : Profil de concentration autour d'une cristallite.

En supposant que le dégagement de chaleur latente est entièrement évacué par le liquide entourant la cristallite, on peut écrire les trois équations suivantes :



$$h_{Sh} (C^* - C_{\infty}) = \frac{dR}{dt} (1-k) C^*$$

$$h_{Nu} (T^* - T_{\infty}) = \frac{dR}{dt} \rho \Delta H$$

$$T^* = -m C^* + T_F$$

où  $h_{Sh}$  et  $h_{Nu}$  sont les coefficients de transfert locaux construits à partir des nombres de Sherwood et de Nusselt. L'introduction de coefficient de transfert permet de prendre en compte les échanges convectifs entre la cristallite et le liquide. Dans l'état actuel, la détermination de tels coefficients paraît très difficile, puisqu'interviennent d'une part la vitesse relative du solide par rapport au liquide (loi de STOKES généralisée) et, d'autre part les échanges turbulents locaux dans le cas d'un brassage électromagnétique.

A partir des trois équations, on obtient :

$$\frac{dR}{dt} = \frac{h_{Sh} (C^* - C_{\infty})}{(1-k) C^*}$$

avec 
$$C^* - C_{\infty} = \frac{\theta - \omega' - m C_{\infty} + ((m C_{\infty} - \omega' + \theta)^2 + 4 m \omega' C_{\infty})^{1/2}}{2 m}$$

et 
$$\omega' = \frac{\rho \Delta H}{(1-k) h_{Nu}} \frac{h_{Sh}}{h_{Nu}}$$
 paramètre lié aux échanges de chaleur et masse

et 
$$\theta = T_{eq} - T_{\infty}$$
 surfusion constitutionnelle équiaxe.

La vitesse de croissance d'une cristallite est alors positive en cas de surfusion constitutionnelle ( $\theta > 0$ ), négative dans le cas inverse (fonte du germe), ceci quels que soient les nombres de Nusselt et de Sherwood.

### 3. RESULTATS DU MODELE

Le modèle dans sa version actuelle permet d'étudier essentiellement l'influence des mouvements convectifs dans le liquide, mouvements d'origine thermique ou provoqués par un brassage électromagnétique, sur le comportement thermique général, et sur les paramètres suivants : temps d'apparition du premier solide, surchauffe résiduelle, vitesse d'avancement du front, gradient thermique au niveau du front, vitesses dans le métal liquide, pourcentage de liquide en surfusion ou en surfusion constitutionnelle.

La géométrie adoptée pour cette étude est encore simplifiée par rapport à la modélisation du chapitre II.

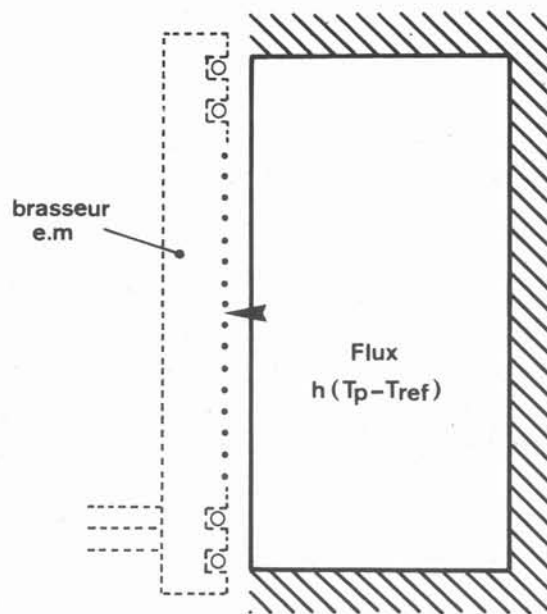


Figure 3.7 : Lingotière schématisée dans la modélisation.

Il s'agit d'une lingotière parallélépipédique aux conditions d'échange très schématisées. La face verticale de gauche échange de la chaleur par l'intermédiaire d'un coefficient d'échange constant, alors que les trois autres faces sont supposées parfaitement thermiquement isolées. Le métal est un alliage d'aluminium à 2 % poids de cuivre ( $T_L = 653,2^\circ\text{C}$ ,  $T_S = 620,3^\circ\text{C}$ ). Les calculs ont été effectués avec les valeurs suivantes pour les autres paramètres :

- hauteur de la lingotière : 400 mm ou 100 mm suivant les cas, ce qui correspond aux deux types d'essais de solidification
- surchauffe initiale :  $30^\circ\text{C}$
- coefficient d'échange :  $120 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  ou  $200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  suivant les cas.

Enfin, concernant les mouvements convectifs du métal liquide, trois cas sont envisagés :

- cas a : conduction pure : il suppose que le transfert thermique dans le métal se fait purement par conduction. Ce cas, purement hypothétique, sert essentiellement de référence pour montrer l'influence de la convection, qu'elle soit naturelle ou imposée extérieurement.
- cas b : convection naturelle : la convection naturelle d'origine thermique met en mouvement le métal encore liquide.
- cas c : brassage électromagnétique : d'une manière identique à l'installation expérimentale, un brassage électromagnétique par champ glissant induit une recirculation forcée dans la lingotière.

### 3.1. Caractéristiques générales

Le cas présenté correspond aux conditions suivantes : la hauteur du lingot est de 400 mm ; le coefficient d'échange à la paroi froide est de  $120 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  ; enfin, à l'instant initial, la température du métal est de  $685^{\circ}\text{C}$ .

On simule l'histoire thermique et hydrodynamique du lingot en début de solidification (300 premières secondes), dans chacun des trois cas. Le pas de temps utilisé est de 3 s. Les résultats sont présentés sous forme de cartes d'isothermes et de vitesses. Sur les figures, les températures sont prises par référence à la température de liquidus de l'alliage ( $653,2^{\circ}\text{C}$ ) et correspondent donc à des surchauffes.

#### Cartes d'isothermes 30 s après la coulée (figure 3.8)

La solidification n'a pas encore commencé, dans aucun des trois cas : il s'agit simplement de l'étape d'élimination de la surchauffe. L'influence de la convection, quelle que soit son origine, est nettement visible, dès à présent.

Dans le cas a) (conduction pure, figure de gauche), le problème est unidirectionnel, compte tenu des conditions aux limites imposées. Les gradients sont relativement forts, près de la paroi refroidissante, alors qu'une large partie du liquide reste encore à une température voisine de la température initiale.

Dans le cas b) (convection naturelle, figure du centre), apparaissent deux zones dans le liquide :

- Une couche-limite près de la paroi où sont localisés les gradients thermiques. Toutefois, ceux-ci sont moins importants que dans le cas a),
- Une région centrale, où le transport par convection modifie totalement la forme des isothermes. Il s'y établit une situation stable du point de vue hydrodynamique, avec des gradients thermiques verticaux orientés vers le haut.

Dans le cas c) (brassage électromagnétique, figure de droite), les gradients thermiques sont très localisés dans une couche près de la paroi froide. Par contre, le cœur du liquide est pratiquement à température uniforme avec 27 à  $28^{\circ}\text{C}$  de surchauffe.

#### Cartes de vitesse 30 s après la coulée (figure 3.11)

Les résultats de ces deux cartes montrent clairement l'écart entre les vitesses en convection naturelle (4 cm/s au maximum) et en brassage électromagnétique (40 cm/s). Les vitesses en convection naturelle suffisent toutefois pour avoir une influence marquée sur le comportement thermique (figure 3.8). En brassage électromagnétique, la carte de vitesses est pratiquement identique à celle présentée au chapitre 2, dans le cas du régime permanent. En effet, les termes de convection naturelle jouent un rôle négligeable dans ce cas et un régime hydrodynamique permanent est atteint dans la phase d'élimination de la surchauffe.

En convection naturelle, contrairement au chapitre 2, il n'apparaît qu'une seule couche-limite, le long de la paroi froide, puisqu'on suppose qu'il n'y a pas d'échange thermique sur l'autre face verticale. L'écoulement en retour est très diffus, du fait même de l'absence de gradients thermiques horizontaux.

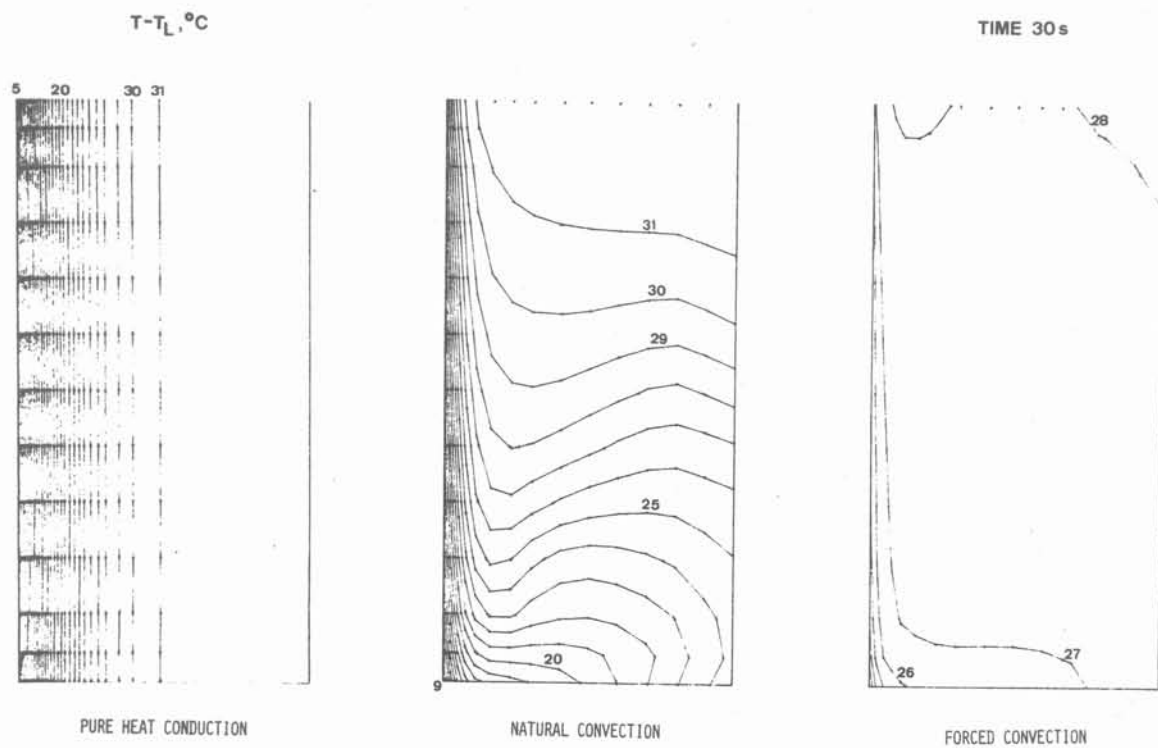


Figure 3.8

Cartes d'isothermes. Cas d'un lingot de 400 mm de hauteur (surchauffe initiale  $30^\circ\text{C}$ , coefficient d'échange  $120 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).

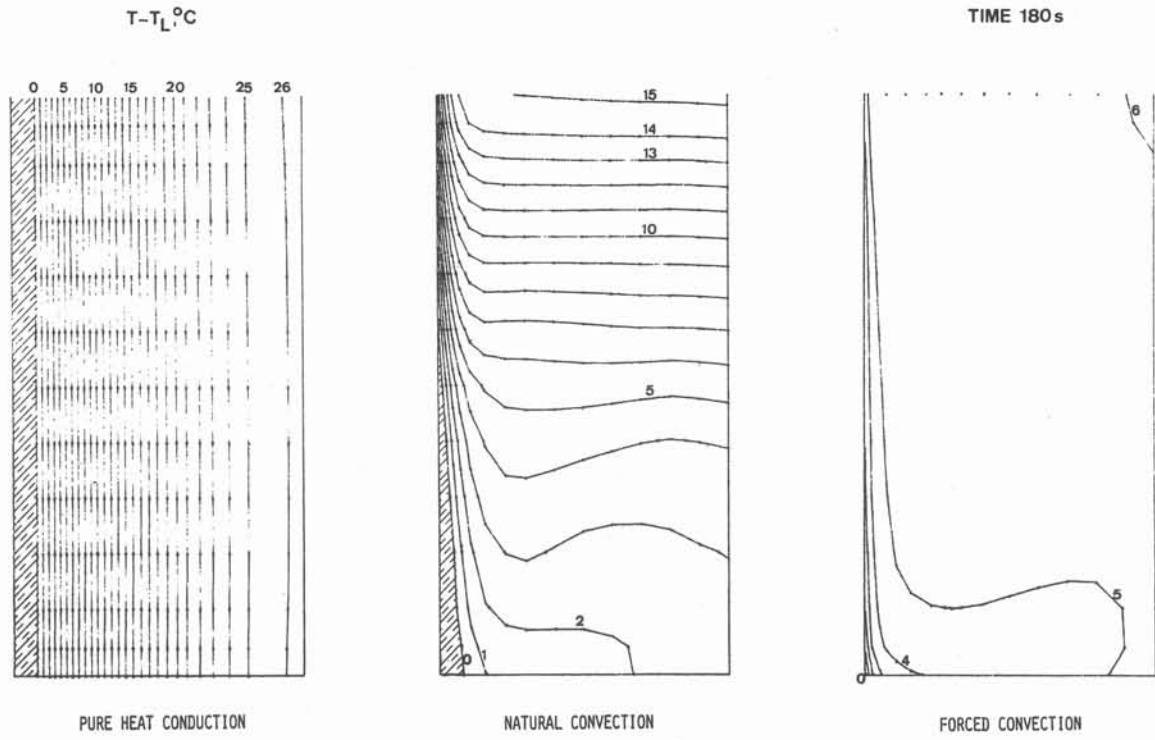


Figure 3.9

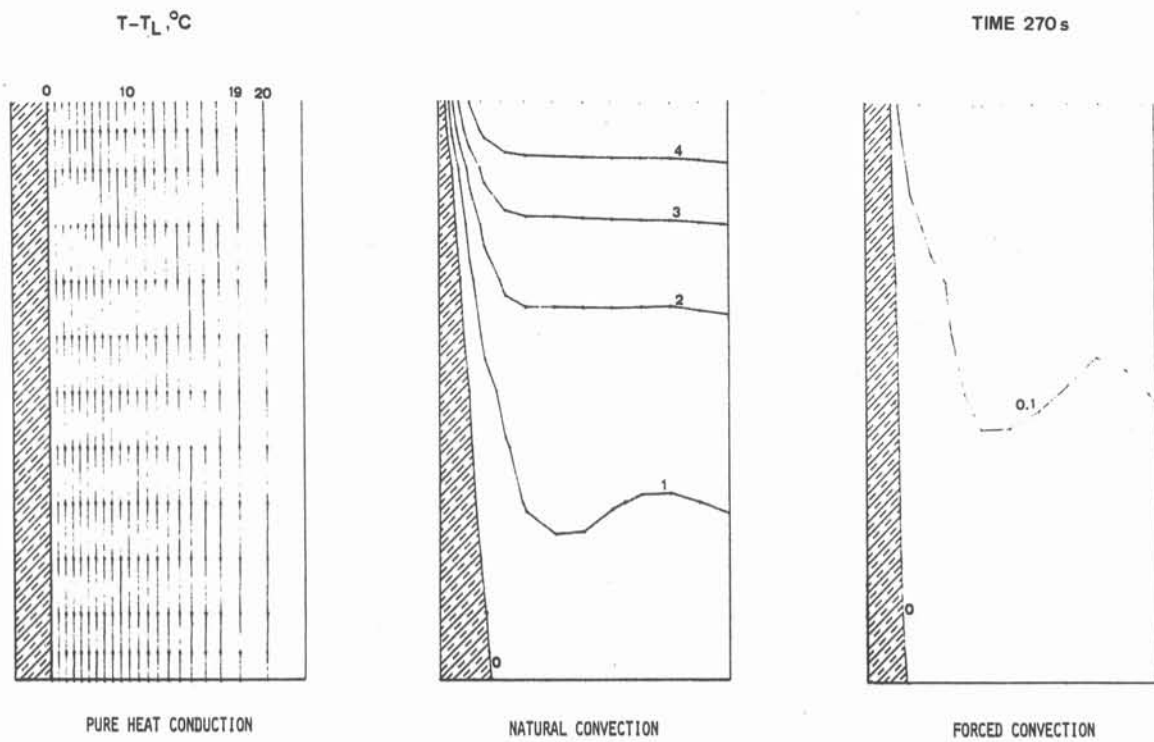


Figure 3.10

Cartes de température 180 s après la coulée (figure 3.9)

Dans chacun des trois cas, la solidification a commencé le long de la paroi refroidissante. La zone hachurée correspond à la zone solide/liquide. Elle est limitée par l'isotherme zéro. Mais la solidification commence plus tard dans le cas du brassage électromagnétique. Ce résultat est commenté en détail au paragraphe suivant, qui concerne le temps d'apparition du premier solide. D'autre part, la température dans le liquide résiduel est également fortement influencée par le brassage, puisque dans le cas de la conduction pure, elle est encore de 26°C supérieure à la température de liquidus aux points les plus chauds, alors qu'en brassage électromagnétique, elle n'est plus que de 6°C supérieure. Le paragraphe 3.3 précise ces résultats.

Les gradients thermiques en avant du front restent non négligeables avec ou sans brassage. Donc on peut penser que la solidification s'effectue, dans les trois cas, en mode colonnaire.

Enfin, la déformation du front de solidification, qui n'est pas parallèle à la face froide, apparaît clairement en convection naturelle. Cet effet est en accord avec les théories d'échange convectif.

Cartes d'isothermes 270 s après la coulée (figure 3.10)

Dans le cas de conduction pure, des gradients thermiques prononcés subsistent en avant du front de solidification, donc la solidification continue certainement de manière colonnaire. Dans le cas de brassage électromagnétique, tout l'ensemble du liquide résiduel est à température très voisine de la température de liquidus. Cette situation est donc particulièrement propice à l'apparition d'une surfusion généralisée à l'ensemble du liquide (voir § 3.7).

Enfin, en convection naturelle, la situation est distincte entre le haut et le bas de la lingotière. En haut de la lingotière, un gradient thermique prononcé subsiste en avant du front. Par contre, en bas de la lingotière, dans la région au pied du front de solidification apparaît une large zone, où les gradients thermiques sont très faibles. De plus, cette zone à faible gradient monte progressivement au fur et à mesure que la solidification avance, jusqu'à remplir l'intégralité du liquide restant.

Il existe une nette corrélation entre les distributions de température calculées à l'aide du modèle présenté, et les expériences réalisées par WITZKE (1979) sur la solidification en lingotière rectangulaire, en présence de convection naturelle, de solutions salines transparentes. En effet, selon les observations réalisées, les premiers cristaux équiaxes apparaissent à la base du front de solidification. Progressivement ces cristaux sédimentent et viennent remplir le fond du lingot. Cette zone de cristaux remonte progressivement dans la lingotière, avec d'une part en bas des cristaux déjà sédimentés, d'autre part en haut des cristaux en suspension. Elle va jusqu'à remplir l'ensemble du moule.

De plus, des expériences récentes réalisées par RIQUET (communication privée 1983), dans la même installation que WITZKE, mais en présence d'un brassage mécanique par agitateur, montrent un passage brutal de la situation de croissance colonnaire seule, localisée le long des parois, à une situation où l'ensemble du liquide contient des cristaux qui sont entraînés par l'agitation. Ce résultat s'apparente donc fortement au comportement ther-

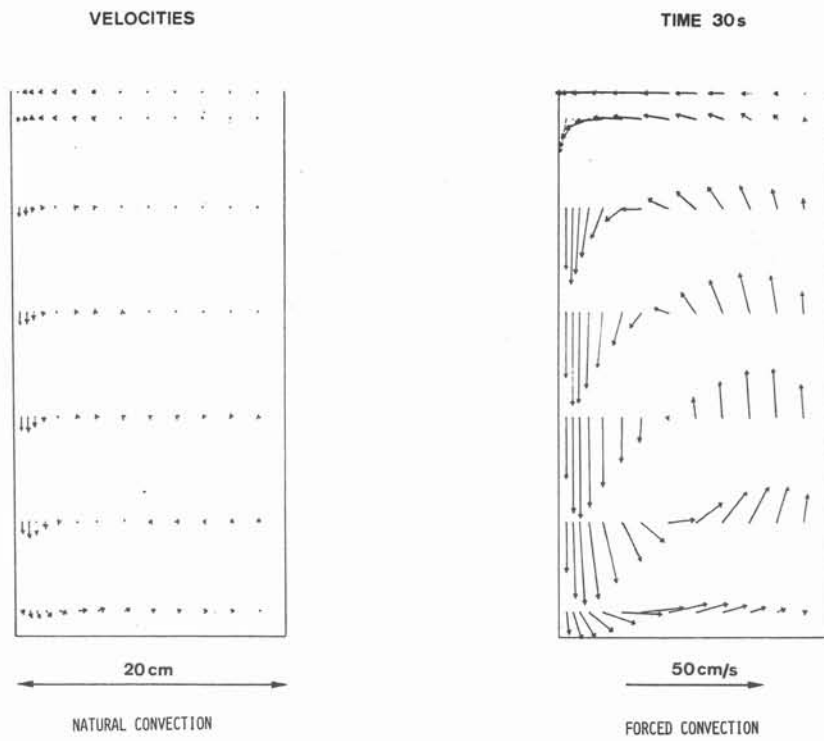


Figure 3.11

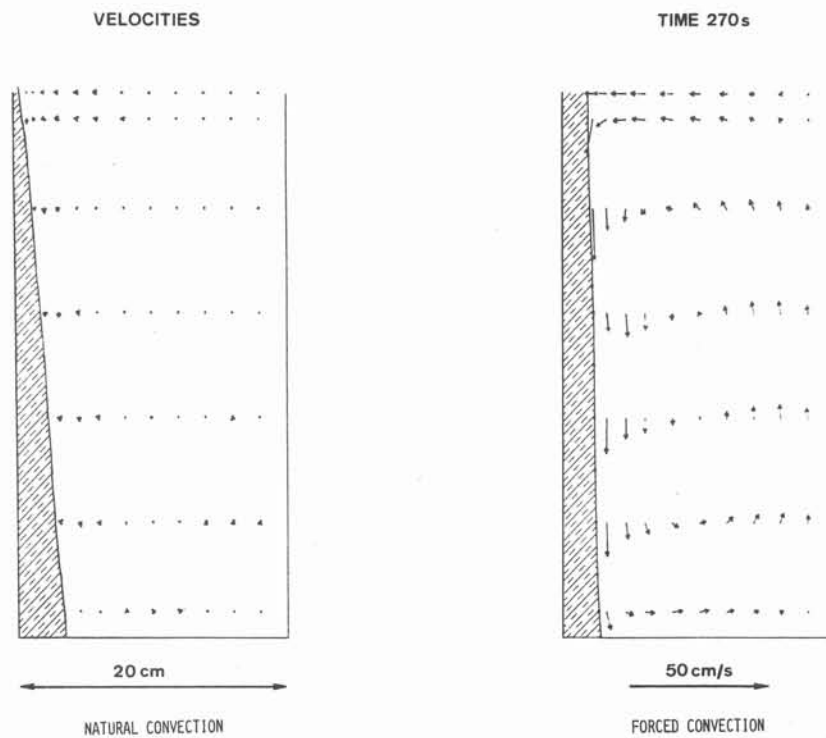


Figure 3.12

Cartes de vitesses. Mêmes cas que les figures 3.8 à 3.10.

mique décrit par le modèle en brassage électromagnétique.

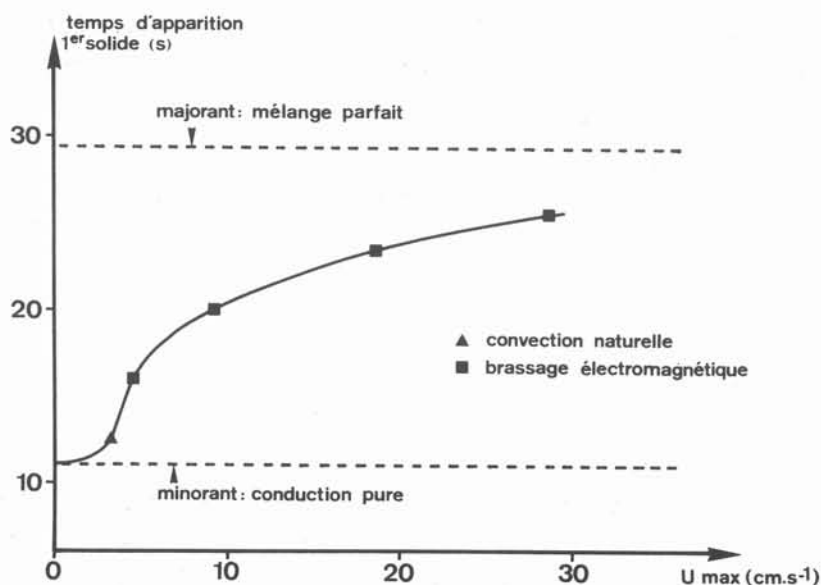
#### Cartes de vitesses 270 s après la coulée (figure 3.12)

En convection naturelle, les vitesses sont trop faibles pour être clairement distinguées sur cette carte, compte tenu de l'échelle choisie. En brassage électromagnétique, les vitesses ont fortement diminué par rapport à la situation avant solidification. En effet, la couche solide absorbe une partie croissante des forces électromagnétiques, et les résultats sur les vitesses s'interprètent très bien en terme de décroissance du champ magnétique (§ 3.6).

### 3.2. Temps d'apparition du premier solide

La phase avant l'apparition du premier solide est très importante. En effet, c'est elle qui détermine, d'une part la surchauffe résiduelle au début de la solidification, d'autre part le développement de la convection naturelle.

La figure 3.13 présente la variation du temps d'apparition du premier solide en fonction de la vitesse maximale calculée à cet instant-là. Ce paramètre a été choisi comme représentatif de l'état de brassage dans la lingotière. Le cas présenté correspond à un petit lingot (dimensions 50 mm de largeur, 100 mm de hauteur) avec un coefficient d'échange de  $200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et une surchauffe initiale de  $30^\circ\text{C}$ .



*Figure 3.13 : Variation du temps d'apparition du premier solide en fonction du niveau de brassage.*



Il est clair que le brassage retarde l'apparition du solide. En effet, le flux de chaleur extrait correspond à une variation d'enthalpie du métal. Or, l'enthalpie du métal est somme d'un terme de chaleur spécifique, dite "chaleur sensible" dans le langage des machines thermiques et d'un terme de "chaleur latente". Et suivant les situations, l'un ou l'autre des deux termes de la balance peut être privilégié par rapport à l'autre. Le brassage, de quelque origine qu'il soit, convection naturelle ou brassage électromagnétique, rend le liquide plus homogène en température. De plus, le terme de flux extrait, de la forme

$$\phi = h (T_p - T_{réf})$$

avec  $T_p$  : température de paroi  
 $T_{réf}$  : température de refroidissement

est pratiquement constant, compte tenu du grand écart entre les températures  $T_p$  et  $T_{réf}$ . Donc avant que la solidification ne commence, une plus grande quantité de chaleur spécifique est extraite en brassage. Il y a retard au début de la solidification par rapport à la situation sans brassage, mais par contre la surchauffe résiduelle est beaucoup moins importante.

Dans la géométrie considérée, il est possible de majorer et de minorer le temps d'apparition du premier solide. En effet, le minorant est réalisé par la situation d'un métal purement conducteur. Dans ce cas, les échanges de chaleur au sein du métal sont minimaux. Le problème peut se résoudre analytiquement, moyennant toutefois l'approximation que le flux  $\phi$  est constant. La solution est alors donnée dans le livre de CARSLAW et JAEGER (1959), aux pages 112-113.

Le majorant du temps d'apparition du premier solide est obtenu en supposant que le mélange est parfait, donc que la température est homogène dans le fluide. Cette hypothèse ramène également le problème à un cas unidirectionnel, et par bilan thermique :

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = hS (T - T_{réf})$$

et 
$$t_{ds} = \frac{\rho C_p V}{hS} \ln \left( 1 + \frac{\Delta T_i}{T_L - T_{réf}} \right)$$

$$\Delta T_i \text{ surchauffe initiale } (= T_i - T_L)$$

Dans le cas du brassage électromagnétique, on peut considérer que la mise en mouvement du liquide est quasi-instantanée, tout du moins vis-à-vis du temps caractéristique d'extraction de la chaleur. Par contre, en convection naturelle, la situation est différente, puisque le mouvement a pour origine les gradients thermiques. Dans les cas de grands lingots, coulés avec une faible surchauffe et un fort coefficient d'échange, la convection naturelle n'a pas le temps de se développer au cours de l'étape d'élimination de la surchauffe, et le temps d'apparition du premier solide est le même que dans le cas d'un échange purement conducteur dans le liquide. La figure 3.14 présente par exemple les isothermes dans le liquide à l'instant d'apparition du premier solide (12 s).

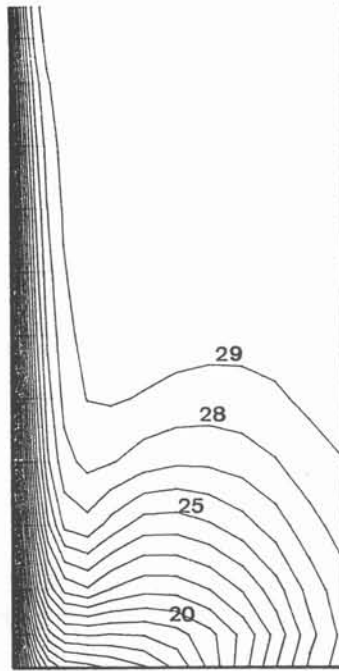


Figure 3.14 : Isothermes à l'instant d'apparition du premier solide : cas d'un lingot de 200 x 400 mm (surchauffe initiale 30°C, coefficient d'échange 200 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).

L'influence de la convection sur les isothermes n'est encore que partielle, et est limité au bas de la lingotière. En vue d'évaluer un temps caractéristique d'apparition de la convection naturelle, on se sert du modèle de SIEGEL (GIBLIN, 1974). Les hypothèses sont les suivantes :

- à l'instant initial, le liquide est supposé isotherme à la température de coulée  $T_c$
- la lingotière est assimilée à une plaque verticale isotherme de hauteur  $H$
- à l'instant initial, la paroi subit un abaissement instantané de  $\Delta T_f$ .

$\Delta T_f$  est donné par :

- les relations suivantes, qui évaluent ce paramètre à partir de la convection naturelle établie (voir expressions au chapitre 2)

$$\phi = \frac{Nu_m \lambda}{H} \Delta T_f \quad \text{avec} \quad Nu_m = 0,677 \frac{Pr^{1/2}}{(0,95 + Pr)^{1/4}} (Gr_H)^{1/4}$$

- la surchauffe initiale,  $\Delta T_i = T_c - T_L$ , si le  $\Delta T_f$  calculé par la méthode précédente est plus grand que  $\Delta T_i$ .

Le temps d'apparition d'un régime de convection naturelle sur toute la hauteur  $H$  est donné par :

$$t = \frac{2,62 \times (0,95 + Pr)^{1/2} + 3,55 (0,37 + Pr)^{1/2}}{(g \beta \Delta T_f)^{1/2}} H^{1/2}$$

Dans le cas, qui correspond à la figure 3.14, on obtient, pour  $\phi = 125 \text{ kW/m}^2$ ,

$$\Delta T_f = 23,3^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad t = 19 \text{ s}$$

donc un temps supérieur au temps d'apparition du premier solide.

### 3.3. Surchauffe résiduelle

Le concept de surchauffe résiduelle est clairement défini dans les cas unidirectionnels, puisqu'il correspond à l'écart entre la température centrale du bain et la température de liquidus. Par contre, en géométrie bidimensionnelle, cette notion est moins facile à définir.

Dans notre cas, qui simule une demi-lingotière, la température du liquide central est en réalité la température contre la paroi de droite. La figure 3.15 montre la variation de la température centrale en fonction de l'altitude dans la lingotière.

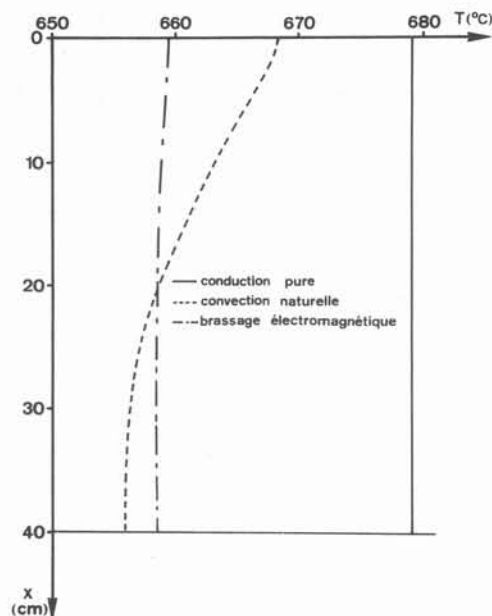
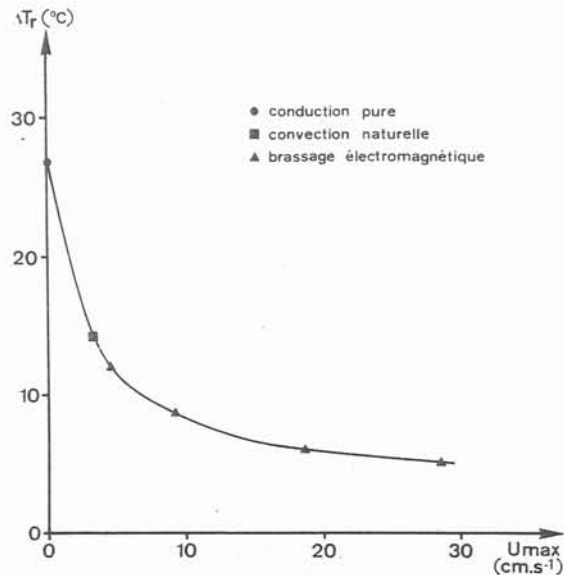


Figure 3.15 : Variation de la température le long de la paroi verticale isolante à l'instant 180 s : cas d'un lingot de 200 x 400 mm (surchauffe 30°C, coefficient d'échange 120 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).

En brassage électromagnétique, compte tenu de l'effet d'homogénéisation, la variation verticale de la température est très faible. Par contre, en convection naturelle,

le gradient vertical de température est très net, avec une configuration stable correspondant à la stratification. Il y a donc, en convection naturelle, un comportement différencié entre le haut et le bas du lingot.

La figure 3.16 présente la surchauffe résiduelle locale  $\Delta T_r$  au pied du lingot (différence entre la température dans le coin inférieur droit et la température de liquidus), au moment de l'apparition du premier solide, dans le même cas que la figure 3.13.

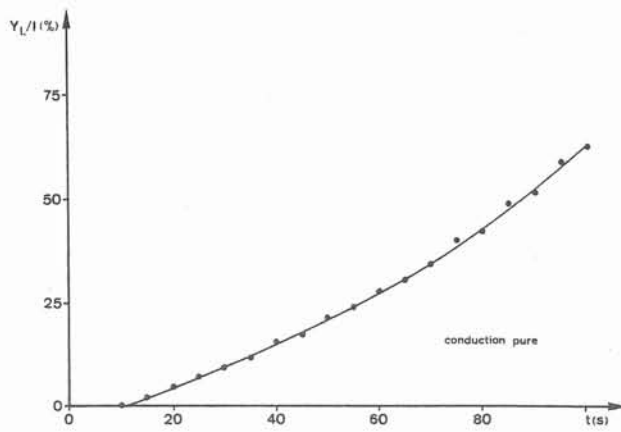


*Figure 3.16 : Variation de la surchauffe résiduelle en pied de lingot lors de l'apparition du premier solide, en fonction du niveau de brassage : cas d'un lingot de 50 x 100 mm (surchauffe initiale 30°C, coefficient d'échange 200 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).*

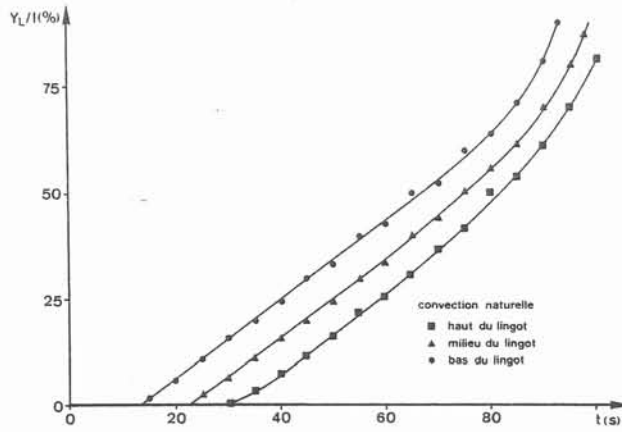
La décroissance de  $\Delta T_r$  est très forte pour les faibles valeurs du paramètre  $V_{max}$ . Par contre, une grande augmentation du brassage électromagnétique ne produit que peu d'effets supplémentaires, sur l'abaissement de la surchauffe. Donc, du point de vue de l'élimination de la surchauffe, il n'apparaît pas nécessaire de rechercher les très forts brassages électromagnétiques. En effet, le paramètre  $V_{max}$  est directement proportionnel à l'intensité (chapitre 2) donc à la puissance dépensée.

### 3.4. Vitesse d'avancement du front de solidification

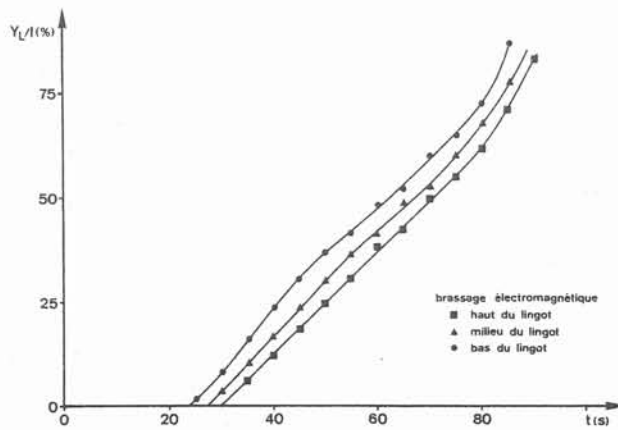
Compte tenu de la méthode numérique utilisée, il n'est pas possible d'obtenir directement ce paramètre par dérivation numérique, qui conduit à des instabilités, mais il faut préalablement faire un lissage de la courbe donnant la position de l'isotherme liquidus en fonction du temps. Cette courbe est présentée sur la figure 3.17 dans les trois cas : conduction pure a), convection naturelle b), brassage électromagnétique c). De plus, compte



a



b



c

Figure 3.17 : Evolution de l'épaisseur solidifiée en fonction du temps (lingot 50 x 100 mm, surchauffe 30°C, coefficient d'échange 200 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>)

a) conduction pure, b) convection naturelle, c) brassage électromagnétique.

tenu du caractère bidimensionnel du problème, trois courbes, correspondant à trois altitudes dans le lingot (fond, milieu et haut du lingot), sont tracées en convection naturelle et en brassage électromagnétique

D'une part, les différentes courbes sont pratiquement linéaires, tout du moins en début de solidification. Ceci correspond donc à une vitesse d'avancement du front constante. Bien que le problème soit différent (solidification d'un alliage tenant compte de la surchauffe dans le liquide d'une part, solidification d'un métal pur d'autre part), on retrouve un résultat proche de l'approximation de LONDON-SEBAN (annexe B), qui correspond bien au cas d'un coefficient d'échange constant dès le début de la solidification.

D'autre part, la vitesse d'avancement du front est pratiquement indépendante de l'altitude considérée dans la lingotière, dans un cas donné : sur la figure 3.17.b ou sur la figure 3.17.c, les trois courbes d'épaisseur solidifiée, en bas, au milieu et en haut de la lingotière, sont pratiquement parallèles et il y a simplement un décalage dans le temps. Ce décalage est plus important dans le cas de la convection naturelle qu'en brassage électromagnétique en raison de la dissymétrie plus importante entre haut et bas de lingot (figure 3.15).

Enfin, la vitesse d'avancement du front augmente avec l'importance des mouvements convectifs dans le liquide. En effet, en début de solidification, la vitesse vaut  $2,5 \times 10^{-4}$  m/s en conduction pure (a),  $4,2 \times 10^{-4}$  m/s en convection naturelle (b) et  $6,2 \times 10^{-4}$  m/s en brassage électromagnétique (c). Ceci provient à nouveau du fait qu'en brassage, la chaleur spécifique est extraite préférentiellement à la chaleur latente. Donc le solide peut avancer plus rapidement, puisqu'à flux extrait donné, il y a moins de chaleur spécifique à extraire. Cet effet reste toutefois relativement modéré compte tenu de l'importance relative des termes de chaleur spécifique et latente, caractérisée par le nombre de Stefan  $St$ , calculé ici pour une surchauffe initiale  $T_i - T_L$  de  $30^\circ\text{C}$  :

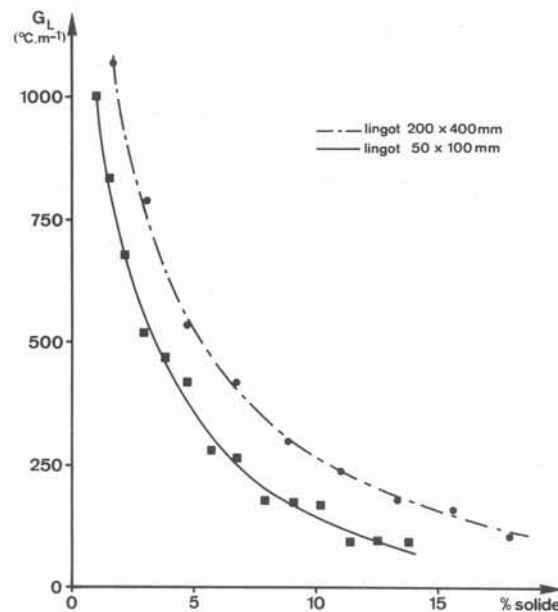
$$St = \frac{\Delta H}{C_p \cdot (T_i - T_L)} = 12,3$$

Les résultats pour les fortes épaisseurs solidifiées sont à considérer avec plus de réserve. D'une part, le maillage dans cette zone est beaucoup moins fin, ce qui apparaît nettement sur les résultats. D'autre part, la précision de la position de l'isotherme liquidus est très mauvaise, puisque le gradient thermique dans le liquide est très faible, en particulier en brassage électromagnétique (inférieur à  $2^\circ\text{C/m}$ ). En réalité, le liquide est alors en surfusion (§ 3.7) : la solidification se fait en croissance équiaxe avec des germes uniformément répartis dans le liquide. La notion d'épaisseur solidifiée et de vitesse du front n'a alors plus de signification.

### 3.5. Gradient thermique au niveau du front de solidification

En corollaire à l'étude de la vitesse d'avancement, la figure 3.18 présente l'évolution du gradient thermique dans le liquide au niveau du front de solidification en fonction du temps, dans les mêmes cas. A nouveau, l'influence de la convection est très nette, puisque, si les gradients thermiques sont tous à peu près égaux lors de l'apparition du premier solide, de l'ordre de  $1000^{\circ}\text{C.m}^{-1}$ , par contre ils baissent beaucoup plus rapidement dans le cas de la convection naturelle, encore plus rapidement en brassage électromagnétique.

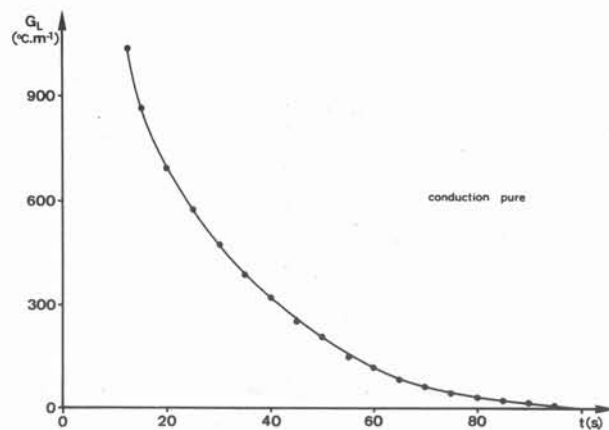
Ces résultats sont encore plus significatifs dans le cas de grands lingots. En effet, les mouvements convectifs sont plus importants, donc les gradients ont tendance à diminuer. A titre d'exemple, la figure 3.19 montre dans un cas de convection naturelle l'évolution de  $G_L$  en fonction de l'épaisseur solidifiée pour deux lingots de dimensions respectives  $200 \times 400 \text{ mm}$  et  $50 \times 100 \text{ mm}$ .



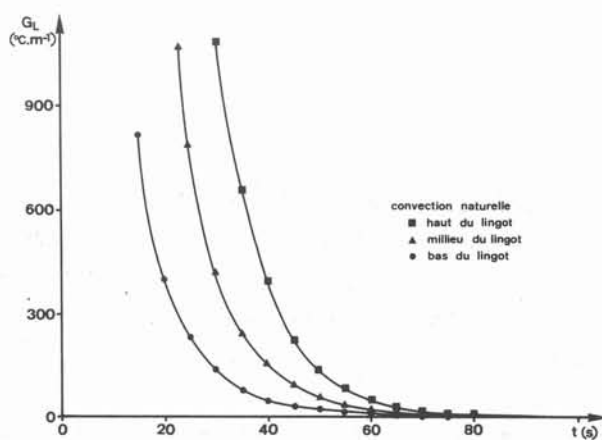
*Figure 3.19 : Variation du gradient thermique au front de solidification dans le cas de deux lingots de tailles respectives  $200 \times 400 \text{ mm}$  et  $50 \times 100 \text{ mm}$  (surchauffe initiale  $30^{\circ}\text{C}$ , coefficient d'échange  $200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , convection naturelle).*

L'évolution du paramètre  $G_L/R$  a également été étudiée, compte tenu de son importance sur les structures métallurgiques. L'allure générale des courbes de  $G_L/R$  est très semblable aux courbes de  $G_L$ , puisque  $R$  est pratiquement constant au cours de la solidification.

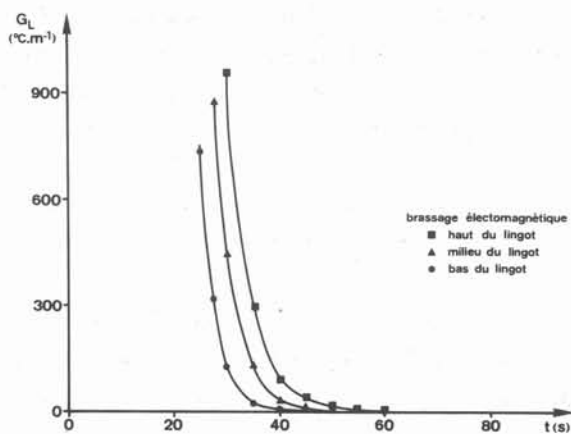
Toutefois, plus les mouvements convectifs dans le liquide sont intenses, plus le gradient  $G_L$  est diminué et plus la vitesse d'avancement  $R$  augmente, donc  $G_L/R$  diminue à double titre. A titre d'exemple, pour une épaisseur solidifiée moyenne de 12,5 %, les valeurs de  $G_L/R$  à mi-hauteur sont reportées dans le tableau 3.2.



a



b



c

Figure 3.18 : Evolution du gradient en avant du front de solidification en fonction du temps (lingot 50 x 100 mm, surchauffe 30°C, coefficient d'échange 200 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).

a) conduction pure, b) convection naturelle, c) brassage électromagnétique.



	Conduction pure	Convection naturelle	Brassage électromagnétique
$G_L$ ( $^{\circ}\text{C}.\text{m}^{-1}$ )	270	98	18,5
$R$ ( $\text{m}.\text{s}^{-1}$ )	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$2,31 \cdot 10^{-4}$	$3,66 \cdot 10^{-4}$
$G_L/R$ ( $^{\circ}\text{C}.\text{s}.\text{m}^{-2}$ )	$1,7 \cdot 10^6$	$4,2 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^4$

Tableau 3.2 : Cas d'un lingot de 200 x 400 mm.  
(surchauffe initiale  $30^{\circ}\text{C}$ , coefficient d'échange  $200 \text{ W}.\text{m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).

### 3.6. Vitesses dans le métal liquide

Deux comportements bien distincts apparaissent suivant qu'il s'agit de convection naturelle ou de brassage électromagnétique. Les figures 3.11 et 3.12 ont montré l'allure générale des cartes de vitesse. Une analyse plus fine de l'évolution des vitesses du liquide en cours de solidification a été réalisée. La vitesse maximale calculée à chaque pas de temps a été choisie comme vitesse caractéristique.

En brassage électromagnétique, les forces de poussée d'Archimède sont pratiquement négligeables et le mouvement est dominé par les forces électromagnétiques. Donc en cours de solidification, le seul phénomène, qui apparaît, est l'extinction progressive de ces dernières, du fait de la solidification le long de la paroi de l'inducteur. La figure 3.20 présente la variation de la vitesse maximum en échelle logarithmique, en fonction de l'épaisseur moyenne solidifiée. Compte tenu de la méthode numérique utilisée, les résultats de vitesse sont préalablement lissés, pour éviter les effets de la discrétisation.

La décroissance exponentielle de la vitesse est tout à fait en accord avec les résultats du chapitre 2. En effet, la vitesse caractéristique varie comme la racine carrée des forces électromagnétiques (chapitre 2). Celles-ci décroissent en  $\exp(-2\alpha^*y_s)$  avec l'épaisseur solidifiée, la pente de la droite de la figure 3.20 devrait être de  $-\alpha^*$ , soit  $-48,2 \text{ m}^{-1}$ . La valeur obtenue en réalité est très proche ( $-51,6 \text{ m}^{-1}$ ). Le problème d'un éventuel relais par la convection naturelle pour suppléer aux forces électromagnétiques, quand celles-ci ont été écartées par le solide, ne se pose pas. En effet, comme il est apparu sur les figures 3.9 et 3.10, les gradients thermiques (de l'ordre de  $3^{\circ}\text{C}/\text{m}$  ou moins) au moment de l'extinction des forces électromagnétiques, ne sont pas suffisants pour permettre le développement de la convection naturelle, et les mouvements du liquide deviennent négligeables.

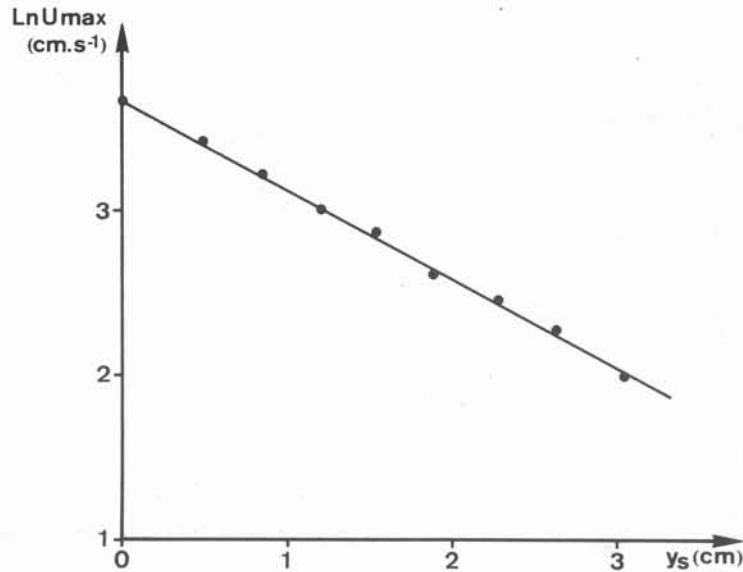


Figure 3.20 : Variation de la vitesse maximale dans le liquide en fonction de l'épaisseur solidifiée moyenne. Cas d'un lingot de 50 x 100 mm (surchauffe 30°C, coefficient d'échange 200 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>). avec brassage électromagnétique.

En convection naturelle, le problème est beaucoup plus difficile à analyser. En effet, les effets hydrodynamiques et thermiques sont couplés. C'est pourquoi l'interprétation des résultats de vitesse doit se faire corrélativement à celle du comportement thermique. Pour définir ce dernier, il était nécessaire d'avoir une évaluation  $G'$  du gradient thermique. Nous avons construit ce paramètre à partir de la différence de température à mi-hauteur dans le liquide (différence entre températures aux deux parois en absence de solidification, différence entre la température à la paroi chaude et la température de liquidus, quand il y a un front de solidification à mi-hauteur). Pour obtenir un gradient, cette différence est divisée par la distance entre les points de température concernés, soit la largeur de la lingotière (avant solidification) ou la largeur de liquide résiduel (solidification)  $\ell - y_s$  pour  $x = H/2$ . La figure 3.21 présente la variation de la vitesse maximale au cours du temps. La figure 3.22 correspond au paramètre de gradient thermique  $G'$ .

On remarque plusieurs étapes sur la figure 3.21. Premièrement, une phase initiale de mise en mouvement du liquide, qui se traduit par un pic de vitesse. En effet, dans l'ordre de succession, ce sont d'abord des gradients thermiques forts, qui apparaissent à la paroi (figure 3.19), puis ils donnent naissance à un mouvement convectif important (pic). Ce mouvement agit ensuite sur le champ de température et diminue les gradients thermiques. Enfin les gradients étant moins intenses, le mouvement se ralentit.

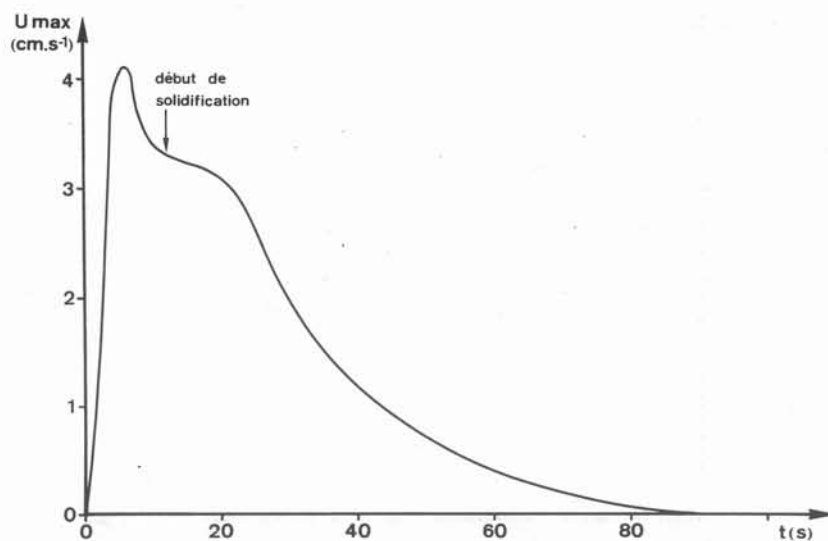


Figure 3.21 : Vitesse maximale du liquide en fonction du temps.

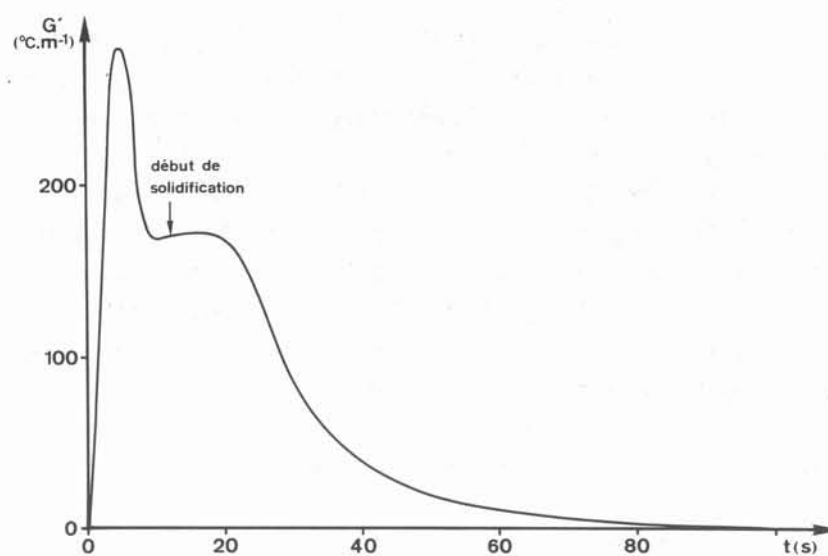
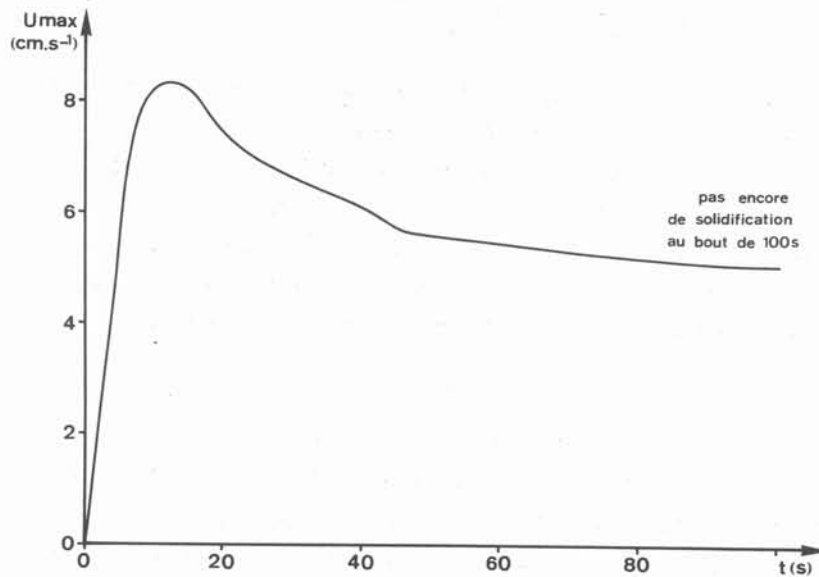


Figure 3.22 : Gradient thermique moyen  $G'$  dans le liquide en fonction du temps.

(cas d'un lingot 50 x 100 mm, surchauffe initiale  $30^{\circ}\text{C}$ , coefficient d'échange  $200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).

Convection naturelle

L'étape suivante est plus nettement visible sur la figure 3.23.



*Figure 3.23 : Vitesse maximale du liquide en fonction du temps avant solidification (cas d'un lingot 200 x 400 mm, surchauffe initiale 100°C, coefficient d'échange 200  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ), en convection naturelle.*

Il s'agit du régime de convection naturelle établi qui précède dans certains cas de forte surchauffe ou de faible échange thermique, l'apparition du solide. La vitesse décroît lentement et tend à se stabiliser. En effet, il n'y a pratiquement plus de modifications des gradients thermiques et la température en chaque point du liquide baisse, en fonction du temps, à vitesse  $\partial T/\partial t$  quasiment identique.

La troisième étape correspond au début de la solidification (figure 3.21). Elle se traduit par une décroissance beaucoup moins forte de la vitesse. La figure 3.22 explique ce ralentissement. Comme le dégagement de chaleur latente est très fort en début de solidification (figure 3.3), la chaleur extraite correspond essentiellement à ce dégagement, alors que l'élimination de la surchauffe ne se fait pratiquement plus.

Enfin, la dernière étape correspond à la baisse progressive de la surchauffe résiduelle, comme le montre l'évolution de  $G'$ . Corrélativement la vitesse du liquide diminue jusqu'à s'annuler, lorsque le solide a gagné presque toute la lingotière.

### 3.7. Surfusions : surfusion colonnaire et surfusion constitutionnelle

Concernant la surfusion colonnaire et la surfusion constitutionnelle, deux approches différentes ont été suivies :

- Pour la surfusion colonnaire, la vitesse d'avancement est d'abord calculée, puis  $\Delta T_p$  est déterminée par le modèle de BURDEN et HUNT (1974). Toutefois, compte tenu de la difficulté d'estimer une vitesse d'avancement du front en cours de calcul (voir § 3.4), la surfusion est déterminée a posteriori en fin de calcul, et au lieu de déterminer la zone comprise entre les isothermes  $T_p$  et  $T_L$ , on détermine la zone comprise entre  $T_L$  et  $T_L + \Delta T_p$ . Compte tenu des faibles valeurs de  $\Delta T_p$ , de l'ordre de  $1^\circ\text{C}$ , cette méthode ne doit pas conduire à des erreurs importantes, puisqu'elle revient à supposer que la température de coulée est augmentée de  $\Delta T_p$ .

- Pour la surfusion constitutionnelle, on fixe a priori une surfusion  $\Delta T_p$  de pointe de dendrite de  $1^\circ\text{C}$ , compatible avec le modèle de BURDEN et HUNT. On calcule ensuite en plus des champs de vitesses et de température le champ de concentration en soluté dans le liquide. A partir de la température et de la concentration locale dans le liquide, le paramètre de surfusion constitutionnelle est établi.

La figure 3.24 présente l'évolution du pourcentage de liquide résiduel en surfusion  $\Gamma_L$  en fonction du pourcentage moyen de solide.

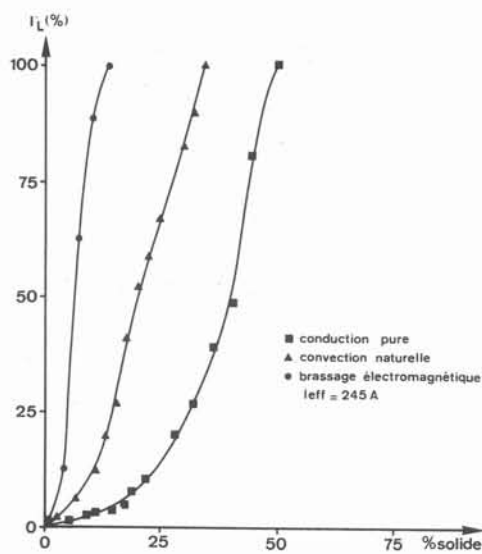


Figure 3.24 : Pourcentage de liquide résiduel en surfusion  $\Gamma_L$  en fonction du pourcentage moyen solidifié.  
(Cas d'un lingot de 50 x 100 mm, surchauffage initial  $30^\circ\text{C}$ , coefficient d'échange  $200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).

L'influence de la convection apparaît nettement. Alors qu'en brassage électromagnétique, l'ensemble du liquide est en surfusion, dès que 17 % du solide est formé, dans le

cas de la conduction pure, il faut attendre que la moitié du lingot soit solidifiée. Le cas de la convection naturelle est un cas intermédiaire entre les deux autres cas. La figure 3.24 ne traduit toutefois pas la localisation spatiale de la zone en surfusion simple. On peut en avoir une idée à partir des cartes d'isothermes (figures 3.9 et 3.10) bien que le cas traité soit différent. En convection naturelle, la surfusion peut atteindre l'intégralité du liquide en bas du lingot, alors que sur l'ensemble du liquide, elle reste limitée. Enfin, la figure 3.24 ne présage pas de la possibilité d'apparition de cristallites dans le liquide et de leur croissance éventuelle. Elle indique simplement une tendance favorable au développement d'une large zone équiaxe uniformément répartie, dès le début de la solidification dans le cas de brassage électromagnétique, alors qu'en convection naturelle le phénomène est spatialement limité.

L'évaluation de la surfusion constitutionnelle nécessite de calculer préalablement le champ de concentration en soluté dans le liquide. Les figures 3.25 et 3.26 présentent des cartes d'isoconcentrations dans le même cas que les figures 3.8 à 3.10. Les valeurs sur les courbes correspondent à des enrichissements en cuivre (% poids). L'enrichissement à la pointe des dendrites est donné par le diagramme de phase et vaut, compte tenu de la surfusion de 1°C fixée, 0,29 %.

La figure 3.25 correspond au cas de la convection naturelle. L'influence du transfert convectif sur le champ de concentration en soluté est encore plus visible que l'influence sur la distribution de température. L'enrichissement en soluté se fait de manière relativement lente par rapport à l'avance du front de solidification et il reste très modéré.

La figure 3.26 correspond au cas d'un brassage électromagnétique. Dans ce cas, le rejet de soluté est plus important. De plus, l'enrichissement en cuivre dans le liquide se fait de manière quasi-uniforme. Enfin, le temps nécessaire à la dispersion du soluté dans le liquide est beaucoup plus rapide que dans le cas de la convection naturelle.

Ces deux figures (3.25 et 3.26) illustrent clairement les calculs en ordre de grandeur concernant l'importance de la convection sur le transfert solutal. Toutefois, elles mettent également en lumière les difficultés d'évaluer la concentration au voisinage de la couche-limite formée le long du front de solidification à l'aide de la méthode choisie. Or, précisément une information locale au niveau du front de solidification permettrait de mieux relier la modélisation à la structure de grains.

La détermination des champs de concentration en soluté permet de calculer ensuite localement la surfusion constitutionnelle. La figure 3.27 présente l'évolution du pourcentage de liquide en surfusion constitutionnelle  $S_L$  en fonction du pourcentage solidifié.

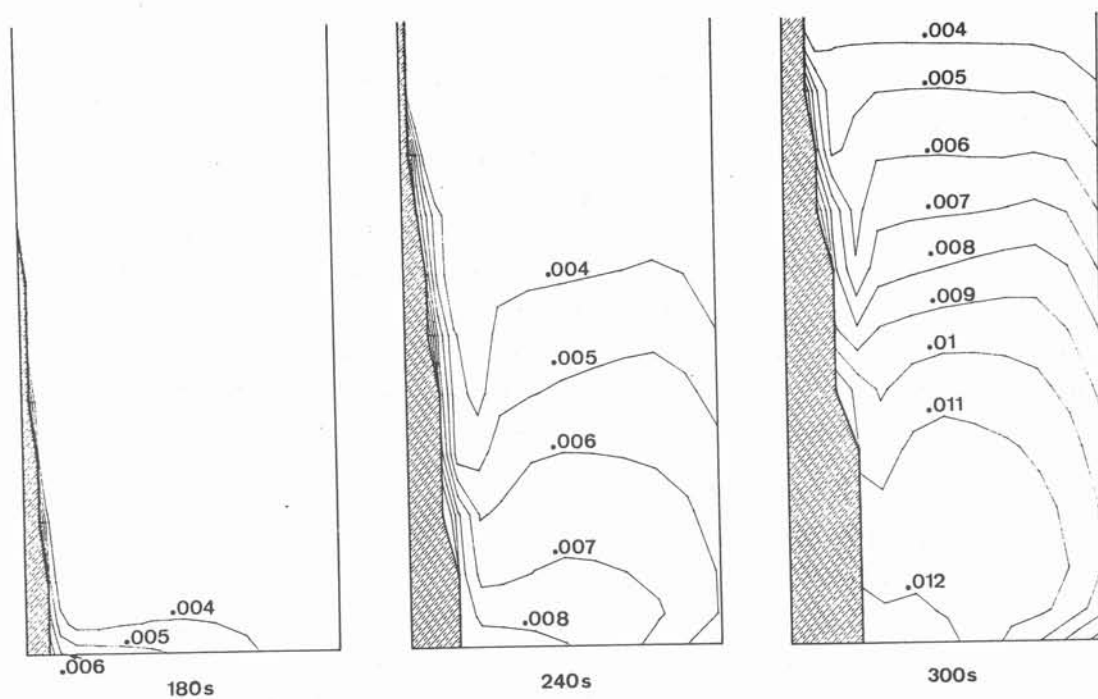


Figure 3.25  
Convection naturelle

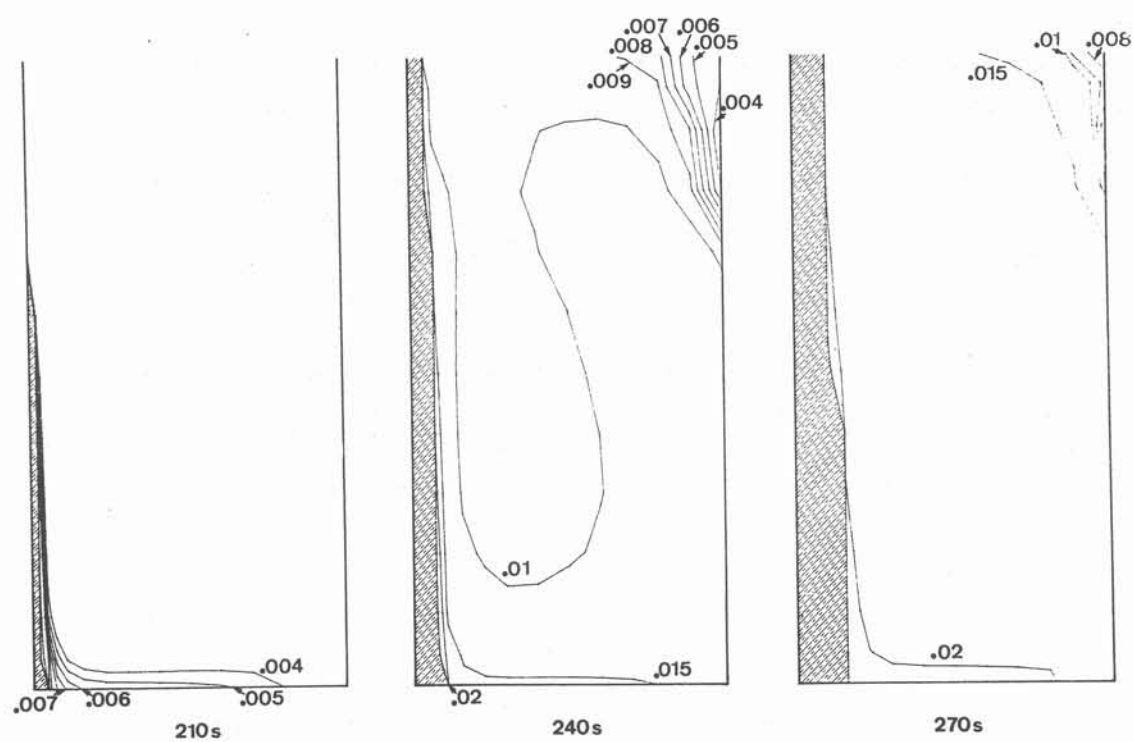


Figure 3.26  
Brassage électromagnétique

Isoconcentrations : enrichissement en cuivre en pourcentage  
(surfusion en pointe de dendrite :  $1^{\circ}\text{C}$ ).

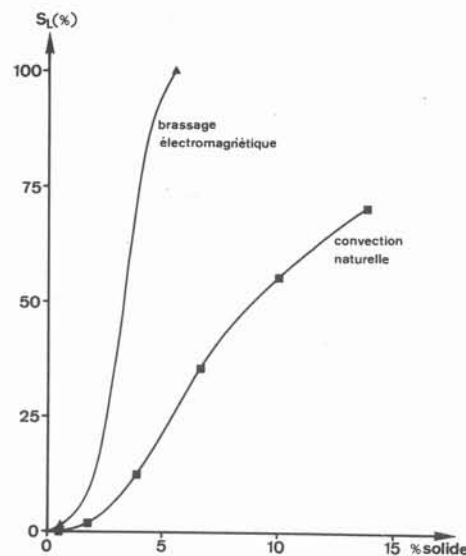


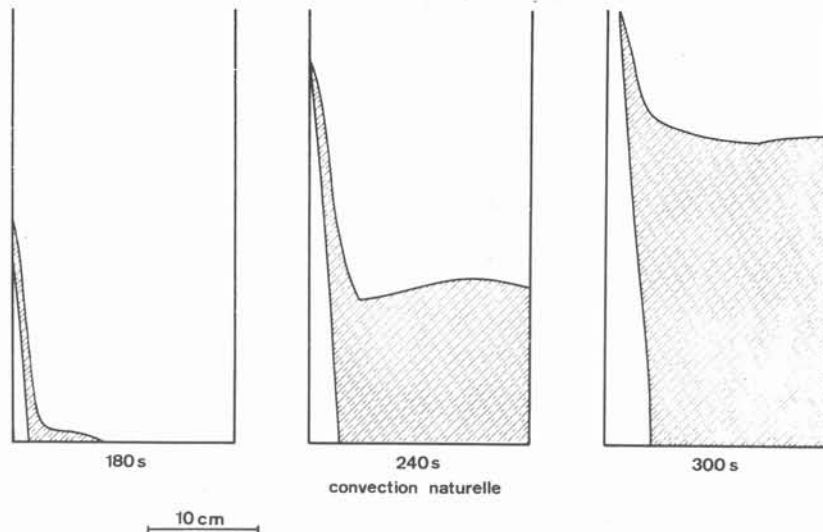
Figure 3.27 : Pourcentage de liquide en surfusion constitutionnelle  $S_L$  en fonction du pourcentage moyen solidifié. (Cas d'un lingot de 200 x 400, surchauffe initiale 30°C, coefficient d'échange 120 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).

D'une manière analogue au cas de la surfusion thermique, l'ensemble du liquide entre très rapidement en surfusion constitutionnelle lorsqu'il est soumis au brassage électromagnétique (5 % du volume solidifié). Par contre, en convection naturelle, le phénomène d'apparition de la surfusion constitutionnelle reste beaucoup plus lent et progressif.

La figure 3.27 ne prend pas en compte la localisation de la surfusion constitutionnelle. Dans le cas du brassage électromagnétique, le problème ne se pose que très peu, puisque la surfusion constitutionnelle apparaît dans un laps de temps très bref et de manière généralisée. Par contre, en convection naturelle, la localisation est importante. Ainsi, la figure 3.28 présente à trois instants, en cours de solidification, l'étendue de la zone en surfusion constitutionnelle (zone hachurée).

A nouveau, les résultats en la matière sont tout à fait compatibles avec les expériences de WITZKE (1979). Par contre, notre modélisation fournit une information complémentaire par rapport à la modélisation de la formation de la surfusion constitutionnelle qu'il avait proposé (WITZKE, 1981) pour expliquer ses résultats. En effet, si les deux modèles donnent des résultats assez similaires dans la partie en couche-limite (voir le haut de la zone hachurée), le modèle de WITZKE ne permet pas de rendre compte du très large développement de la surfusion constitutionnelle dans la partie inférieure, qui emplit toute la largeur de la lingotière.





*Figure 3.28 : Evolution de la zone en surfusion constitutionnelle, en convection naturelle. Cas d'un lingot 200 x 400 mm (surchauffe initiale 32°C, coefficient d'échange 120 W. m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>).*

L'évaluation de la surfusion constitutionnelle à partir de notre modèle pose encore de nombreuses difficultés. En effet, en dehors des problèmes liés à la détermination du champ de concentration, le problème numérique de l'évaluation de la surfusion constitutionnelle à partir d'un champ discret de valeurs (valeurs de la température et de la concentration aux noeuds) est également très ardu. Il nécessiterait une analyse beaucoup plus détaillée que la méthode adoptée actuellement, qui consiste simplement à calculer le paramètre de surfusion constitutionnelle en chaque noeud. En effet, d'après la figure 3.5, la surfusion constitutionnelle résulte de la différence entre deux courbes de même sens de variation, ce qui rend le calcul peu précis au plan numérique. Ainsi, au stade actuel de la modélisation, une analyse en terme d'intensité de la surfusion constitutionnelle paraît illusoire. On peut simplement préciser qu'en brassage électromagnétique, elle est pratiquement uniforme et représente 85 % de la surfusion en pointe de dendrite  $\Delta T_p$ , alors qu'en convection naturelle elle varie entre 0 et 90 % de  $\Delta T_p$ .

## CONCLUSION

Un modèle de solidification prenant en compte les effets convectifs du métal liquide a été développé. Par rapport aux modèles de solidification déjà existants, son originalité est de permettre d'évaluer, en plus des transferts thermiques globaux, les écoulements de manière précise dans la zone liquide et l'influence de ceux-ci sur les champs de température et concentration.

Au stade actuel, les résultats du modèle ont été essentiellement interprétés en fonction du comportement thermique dans la zone de liquide avant et pendant la solidification. Ainsi il a été montré que les mouvements dans le liquide, qu'il s'agisse de convection naturelle, mais essentiellement de brassage électromagnétique, retardent l'apparition du premier solide, et corrélativement abaissent fortement la surchauffe résiduelle au début de la solidification. Ce résultat est très important au niveau des implications sur les structures de solidification, en particulier la transition colonnaire-équiaxe. Bien plus, le modèle permet une visualisation, par l'intermédiaire de cartes d'isothermes, de l'ensemble du comportement du liquide, ce qui était jusqu'alors impossible dans le cas des modèles en couche-limite. Toutefois, en vue de se rapprocher des résultats généralement invoqués pour relier les conditions thermiques et physico-chimiques de la solidification aux structures de grains, un certain nombre de paramètres déduits de notre modèle ont été analysés en liaison avec la convection dans le liquide : surchauffe résiduelle, gradient thermique en avant du front, vitesse d'avancement du front.

Enfin, une approche de la détermination du champ de concentration en soluté dans le liquide a été réalisée, en vue de calculer le paramètre de surfusion constitutionnelle. Les premiers résultats en la matière, comme par exemple la détermination de la zone en surfusion constitutionnelle, montrent des tendances tout à fait en accord avec les idées antérieures, mais apportent en plus des informations quantitatives. Toutefois, une exploitation rationnelle dans ce domaine nécessiterait de pouvoir résoudre deux types de problèmes : d'une part des problèmes d'ordre numérique liés à la difficulté d'évaluation de la surfusion constitutionnelle ; d'autre part des problèmes métallurgiques, en vue de relier la surfusion constitutionnelle à des caractéristiques structurelles, comme par exemple la transition colonnaire-équiaxe ou la taille de grain dans la zone équiaxe.



## CHAPITRE 4

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES  
DE SOLIDIFICATION



## 1. INTRODUCTION

L'influence des mouvements du métal liquide sur les structures de solidification des lingots a été mise en lumière dans de nombreuses expériences.

En particulier, concernant la transition colonnaire-équiaxe, la convection du liquide favorise l'apparition d'une plus large zone équiaxe. Ce résultat a été vérifié par de nombreuses méthodes :

- Premièrement, directement à partir de la convection naturelle, COLE et BOLLING (1965) et MORANDO et coll. (1970) ont montré qu'une augmentation de la taille du moule, donc de l'intensité de la convection naturelle, conduisait à une diminution de la zone colonnaire.

- Deuxièmement, des expériences réalisées en supprimant la convection naturelle, en utilisant soit un champ magnétique stabilisant (UHLMANN et coll. 1966, MORANDO et coll. 1970) soit l'effet de forces de Coriolis (COLE et BOLLING 1967) et des expériences réalisées en micro-gravité (JOHNSTON et GRINER, 1977, PAPAIZIAN et KATTAMIS, 1980) ont montré que, dans ces conditions, seule une croissance colonnaire est possible.

- Troisièmement, à l'inverse du cas précédent, un brassage du liquide conduit à un développement de la zone équiaxe (COLE et BOLLING, 1966). Le développement du brassage électromagnétique a conduit à confirmer ce résultat dans le cas de la coulée continue (BIRAT et CHONE, 1982) et dans le cas des lingots (ITOH et coll. 1982, ASAI et coll. 1978).

D'autre part les mouvements convectifs jouent également un rôle favorable sur la diminution de la taille des grains, bien que les expériences qui mettent en évidence ce mécanisme, soient beaucoup moins nombreuses. On peut citer les travaux de JOHNSTON et PAAR (1982) qui comparent trois niveaux de gravité, ceux de RIQUET (communication privée 1983) avec brassage mécanique en coulée d'aluminium. De plus l'article de synthèse de CAMPBELL (1981) sur les effets des vibrations en cours de solidification cite de nombreux résultats positifs concernant l'affinage des grains et propose de nombreux mécanismes. Toutefois dans le cas de vibrations il est toujours difficile de savoir si l'effet provient d'une excitation locale ou d'une recirculation d'ensemble.

Pour notre part, nous avons réalisé des essais de solidification dans la lingotière expérimentale présentée au chapitre 1. Ces essais sont réalisés, soit en absence de brassage (seule la convection naturelle met le liquide en mouvement), soit en brassage électromagnétique, ce paramètre étant le facteur principal pour nos essais. De plus, deux tailles ont été testées : une grande taille, qui correspond aux dimensions des expériences du chapitre 2 et une petite taille qui se rapproche de celle des lingotins élaborés par DOHERTY et coll. (1977) et par WITZKE et RIQUET (1982) dans leurs expériences. Toutefois par rapport à ces expériences qui ont été réalisées dans des moules en graphite, en fonte ou en cuivre, le flux de chaleur extrait dans nos conditions expérimentales est beaucoup plus faible et beaucoup plus proche du cas d'un moule en sable. A titre d'exemple, on peut comparer le coefficient d'échange déterminé

à partir des essais de WITZKE et RIQUET (1982), de l'ordre de  $2000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , à celui de nos essais, de l'ordre de  $120 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

D'autres valeurs de coefficient d'échange sont données par les expériences de CHANG (1978). Ainsi dans le cas d'une solidification unidirectionnelle en lingotière métallique refroidie, ce coefficient vaut de l'ordre de  $1600 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , alors qu'en moule en sable de fonderie, sa valeur moyenne est de  $300 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

Deux paramètres supplémentaires, la composition et la surchauffe initiale, ont également été modifiés dans certains essais. Toutefois, des conditions techniques nous ont amené à limiter le nombre des essais et à nous focaliser essentiellement sur l'influence du brassage, puisque l'influence des autres paramètres a déjà été clairement examinée par d'autres expérimentateurs.

## 2. ESSAIS REALISES

Le tableau 4.1 présente l'ensemble des essais réalisés.

Le principal paramètre de l'étude est le brassage électromagnétique, dans le sens direct ou le sens inverse. De plus un essai (C6) a été réalisé avec une variation périodique du brassage entre les sens direct et inverse, de façon analogue à la méthode préconisée par ASAI et coll. (1982). Enfin dans deux des essais (C7 et C8), le brassage n'a été commencé qu'après le début de la solidification (ITOH et coll. 1982), alors que dans tous les autres essais, le brassage est en action dès la coulée du métal.

Deux types d'alliages ont été utilisés, d'une part, de l'aluminium commercial A5 (99,95 % d'Al) et d'autre part un alliage d'aluminium à 2 % de cuivre (AU2) préparé à partir d'A5 et d'AU 50.

Deux tailles de lingots ont été étudiées : lingot de 200 mm de largeur x 400 mm de hauteur (grande taille), lingot de 50 x 100 mm (petite taille), l'épaisseur restant constante de 70 mm. La petite taille a été obtenue en comblant l'installation initiale avec des panneaux isolants du même type que les faces latérales, de façon à former une petite lingotière contre la face de l'inducteur, en son centre.

Enfin, les résultats concernant l'influence de la surchauffe ont été confirmés. Compte-tenu de notre dispositif de coulée par l'intermédiaire d'une goulotte non préchauffée, il y a une chute de  $55^{\circ}\text{C}$  environ dans celle-ci. Donc la coulée est réalisée, en tenant compte de cet écart, avec une température donnée dans le four à induction, et la valeur de la surchauffe initiale est confirmée a posteriori, par l'intermédiaire du pic d'un thermogramme, avec un accord de  $\pm 5^{\circ}\text{C}$ .

Les lingots, après solidification, sont tronçonnés suivant le plan médian (x,y)

Essais	Alliage	Taille	Brassage I <sub>eff</sub> (A)	Surchauffe initiale	Résultats	Pourcentage de zone équiaxe
A1	AU 2	20 x 40 cm	0	{ 20°C à partir du régime permanent baisse lente baisse lente	macrographie partielle	
A2	-	-	355 (D)		macrographie partielle	
A3	-	-	245 (D)		macrographie entière	
A4	-	-	395 (D)		macrographie entière	
B1	AU 2	20 x 40 cm	0	50°C	{ macrographie entière + enregistrement thermique macrographie partielle	
B2	-	-	245 (D)	50°C		
B3	-	-	0	110°C		
B4	-	-	245 (D)	110°C		
B5	-	-	545 (D)	110°C		
C1	A 5	5 x 10 cm	0	110°C	{     macrographie entière + enregistrement thermique	15 %
C2	-	-	245 (D)	110°C		30 %
C3	-	-	545 (D)	110°C		32 %
C4	-	-	245 (I)	110°C		43 %
C5	-	-	545 (I)	110°C		55 %
C6	-	-	545 (A)	110°C		74 %
C7	-	-	245 (D)*	110°C		idem C2
C8	-	-	245 (D)**	110°C		idem C1
C9	-	-	0	20°C		95 %
C10	AU 2	-	0	110°C		100 %
C11	AU 2	-	245 (D)	110°C		100 %

(D)

(I)

(A)

\*

\*\*

direct : forces électromagnétiques dirigées vers le bas

inverse : forces électromagnétiques dirigées vers le haut

alternée : inversion du sens de brassage toutes les 15s

brassage retardé jusqu'au début de solidification

brassage retardé jusqu'à 2mn après le début de solidification

Tableau 4.1 : Tableau des essais de solidification



(voir figure 1.1), polis intégralement ou partiellement suivant les cas, et attaqués à l'aide du réactif de Keller (alliage AU 2) ou d'un réactif 25 % d'acide chlorhydrique, 25 % d'acide nitrique, 50 % d'eau (alliage A 5).

Les essais de la série A, ne sont pas représentatifs des conditions classiques de solidification, puisque le rôle du four auxiliaire n'est pas négligeable dans ces essais. En effet soit le four a été coupé brutalement (A1 et A2), mais compte-tenu de son inertie thermique, un flux thermique important, vient perturber les conditions de solidification, soit le four est baissé lentement (A3 et A2) en vue de contrôler la progression de la solidification et de réaliser des situations de régime permanent avec un front de solidification et du liquide résiduel. Ces derniers essais, qui étaient envisagés en vue de réaliser des mesures de vitesses en avant du front de solidification, se sont avérés très difficiles, compte-tenu du faible contrôle sur les conditions aux limites dans le dispositif actuel.

Dans les autres essais (série B et C), la plaque en acier du four a été remplacée par une plaque thermiquement isolante. Ces expériences simulent donc le comportement d'une demi-lingotière. De plus la surface libre est également recouverte d'une plaque d'isolant immédiatement après la coulée en vue de limiter le flux thermique perdu par celle-ci.

Les lingots sont toujours coulés en lingotière non préchauffée. En effet, d'après les expériences de DOHERTY et coll. (1978), la température d'étuvage joue un grand rôle, tout du moins dans le cas des petits lingots. Donc, dans l'incapacité d'assurer une température de préchauffage de la lingotière constante entre les différents essais, la solution de laisser la lingotière à température ambiante a été choisie.

Des enregistrements thermiques ont été réalisés pour toutes les expériences des séries B et C. Suivant les cas, de 1 à 20 thermocouples ont été utilisés. Les essais avec 20 thermocouples (B3 et C2) ont été réalisés avec un système d'acquisition de données mis au point dans notre laboratoire pour évaluer les transferts thermiques en fonderie de précision (LAMANTHE 1982).

### 3. STRUCTURES DE SOLIDIFICATION

#### 3.1. Description générale

D'une manière classique, les structures à la périphérie des lingots sont colonnaires, alors qu'au centre apparaît une zone équiaxe. Or la notion de frontière entre la zone colonnaire et la zone équiaxe, bien que couramment employée, s'avère souvent, dans la pratique, assez difficile à définir. En effet, suivant les cas, cette transition n'apparaît pas de manière franche et brutale, et toute une zone de grains grossiers avec une direction d'allongement préférentielle, existe entre la zone nettement colonnaire et la zone nettement équiaxe.

La figure 4.1 met en évidence l'influence du brassage électromagnétique sur les

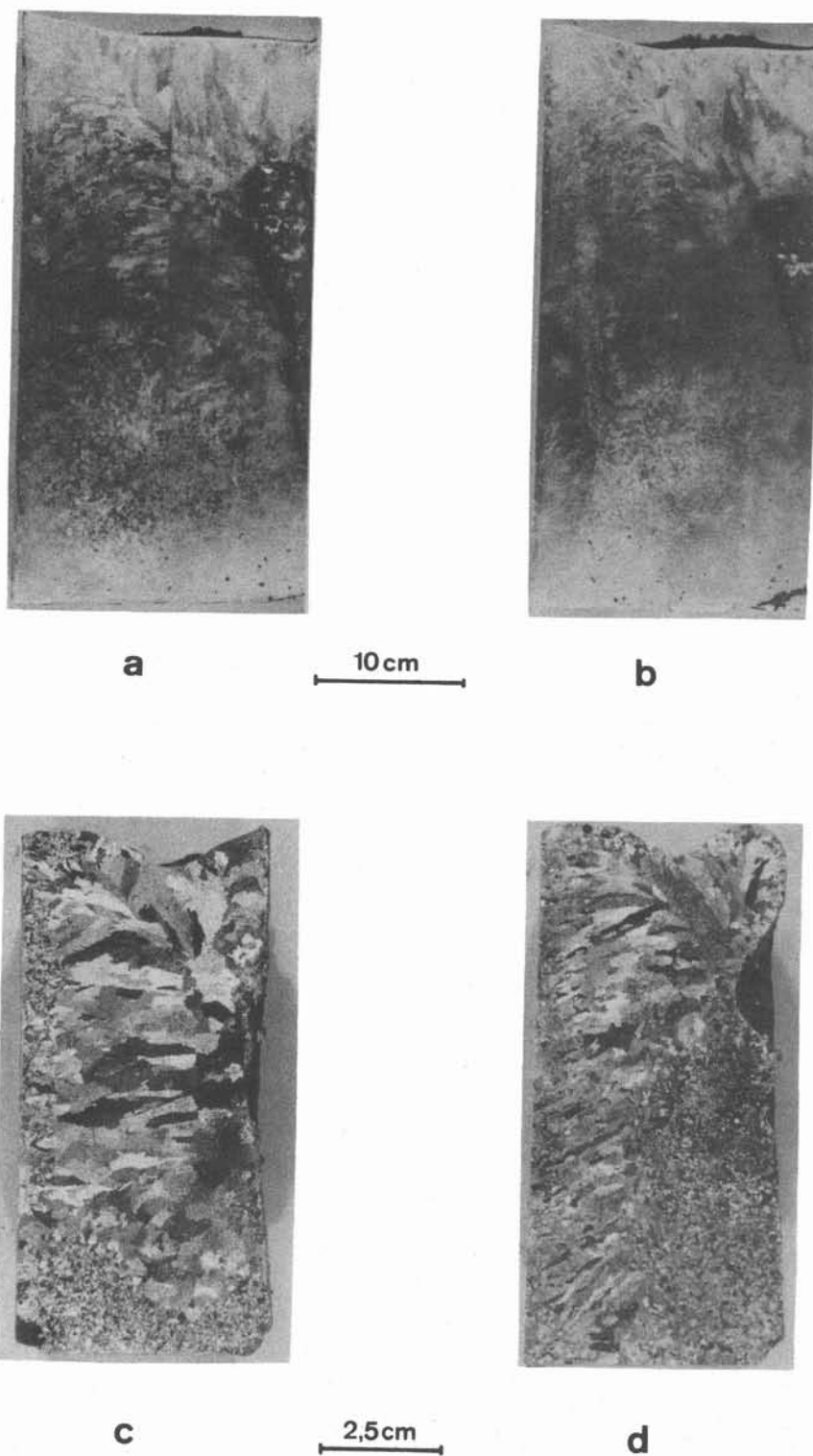


Figure 4.1 : Comparaison des structures de solidification avec ou sans brassage dans deux géométries :

- a) Essai B1 200 x 400 mm sans brassage    b) Essai B2 200 x 400 mm avec brassage  
c) Essai C1 50 x 100 mm sans brassage    d) Essai C2 50 x 100 mm avec brassage

structures de solidification, pour deux tailles de lingots (200 x 400 mm et 50 x 100 mm). Il faut noter toutefois que les résultats pour les petits lingots ((c) et (d)) correspondent à un alliage A5. En effet dans le cas d'un alliage AU 2 (essais C 10 et C 11), la structure est complètement équiaxe. D'une manière générale, l'effet du brassage est d'affiner les structures, qu'il s'agisse de grains colonnaires ou de grains équiaxes. Toutefois, son rôle est nettement plus visible dans le cas des petits lingots.

Les caractéristiques générales des essais avec ou sans brassage électromagnétique sont les suivantes :

Sans brassage (convection naturelle) :

En partant de la paroi, apparaît d'abord une zone de type zone périphérique (chill zone décrite par CHALMERS (1963)) caractérisée par des grains de type équiaxe et fins. Cette zone est importante dans le cas des petits lingots (c), occupant une partie du coin inférieur le long de la paroi froide, de manière assez semblable aux essais réalisés par COLE et BOLLING (1969) et MORANDO et coll. (1970). Par contre dans le cas des grands lingots (a), elle est limitée au strict voisinage de la paroi froide, et ceci d'autant plus que la température de coulée est élevée.

Ensuite une zone de gros grains allongés est visible. Ces grains ne présentent pas une orientation parfaite entre eux, mais en moyenne sont orientés dans la direction de l'écoulement de chaleur. Entre ces grains apparaissent par endroits de petits grains désorientés. Cette zone ne s'apparente pas directement à une zone colonnaire classique. Toutefois, le rapport longueur sur largeur de ces grains grossiers, de l'ordre de 4 à 10, fait penser à ce type de structure. Dans le cas des petits lingots, la nature colonnaire de ces grains est beaucoup plus visible, puisque la dispersion d'orientation entre grains est moins grande.

Enfin une zone équiaxe classique apparaît : dans le cas des grands lingots (a), elle est bien développée et occupe une partie du fond du lingot, dans le cas des petits lingots (c), elle est limitée à quelques grains grossiers en fin de solidification.

Avec brassage électromagnétique :

Une très petite zone périphérique n'apparaît que dans le cas des faibles intensités de brassage et pour les petits lingots. En effet les grains équiaxes formés au moment de la coulée contre les parois froides sont sans doute arrachés et réentraînés du fait du brassage, et par suite refondus dans le coeur du liquide. La solidification est d'abord de type colonnaire avec des grains nettement orientés. De plus l'orientation de ces grains se fait à contre-courant de la circulation de métal liquide. Ce phénomène est discuté au paragraphe 3.2. Ensuite après une transition colonnaire-équiaxe franche, une zone équiaxe à grains plus fins qu'en absence de brassage, se développe (voir paragraphe 3.3). De plus, dans le cas (b) (grand lingot d'alliage d'aluminium à 2 % de cuivre), apparaissent en fin de zone colonnaire, des défauts de type canal de ségrégation (freckles). Sur les macrographies, ces ségrégations se traduisent par des bandes sombres, enrichies en cuivre, accompagnées de porosités. Ces porosités proviennent du fait de la présence de liquide dans un solide déjà formé. Il y a donc un

phénomène de type "mini-lingot", avec apparition de retassures. En suivant sur les macrographies ces ségrégations, on peut avoir une indication de la forme du front à l'instant où elles apparaissent. Sur la figure b), le front ainsi délimité n'est pas parallèle à la paroi, mais son épaisseur va croissant vers le bas. On retrouve donc un des résultats de la modélisation au chapitre 3.

En dehors des caractéristiques générales, le comportement des petits et des grands lingots doit être distingué dans nos essais, comme le montre la figure 4.1.

Dans le cas des grands lingots, le brassage mis en oeuvre dès la coulée n'a pas supprimé la zone colonnaire et on ne peut pas dire qu'il en ait réduit l'extension. De plus l'apparition de canaux ségrégés peut être considérée comme un défaut majeur, annulant tous les effets positifs au niveau de la diminution de la taille de grains en zone équiaxe. Plus précisément, le brassage permet le développement d'une zone colonnaire franche, alors que celle-ci est peu nette en absence de brassage. Ce résultat paraît en contradiction avec ceux obtenus en coulée continue d'acier (BIRAT et CHONE, 1982) et même en brassage en moule de grands lingots d'acier (ITOH et coll. 1982). Cette remarque est toutefois à rapprocher des essais plus anciens en brassage mécanique par rotation sur des alliages d'aluminium-cuivre de TAKAHASHI et HAGIWARA (1965). Ils ont obtenu un développement intense de la zone colonnaire dans le cas de rotations du métal liquide. Or les mêmes types d'essais réalisés par TAKAHASHI et coll. (1976), sur des aciers, semblent d'après les macrographies présentées, conduire à des résultats opposés.

L'effet du brassage dans nos essais sur les grands lingots se manifeste donc essentiellement par une structuration de la solidification avec affinement des grains colonnaires et équiaxes. Ainsi, alors qu'en absence de brassage apparaissent des grains grossiers et présentant une large déviation dans l'orientation, en brassage ces mêmes grains sont parfaitement orientés, fins et allongés.

Dans le cas des petits lingots, apparaît en plus de l'affinement des structures, une modification de leur nature dû au brassage. Ainsi l'extension de la zone colonnaire est réduite ce qui correspond donc aux résultats classiquement présentés. La figure 4.2 présente le pourcentage de fraction équiaxe en fonction de l'intensité du brassage.

L'effet du sens de brassage sur la structure de grains n'est pas symétrique, puisque de meilleurs résultats sont obtenus en brassage inverse. Or, la seule dissymétrie du problème provient de la surface libre. En effet en brassage inverse se forme un dôme de métal liquide. Celui-ci doit favoriser les échanges thermiques locaux, dont la formation de germes équiaxes. En effet les expériences de SOUTHIN (1967) ont mis en lumière l'importance du refroidissement par la surface libre dans la formation de la zone équiaxe.

D'autre part, un effet de saturation apparaît pour les forts brassages. Ce résultat est à rapprocher de la figure 3. Ainsi la modélisation montre que l'influence du brassage sur le champ de température varie peu pour les forts brassages, avec donc également un effet de saturation.

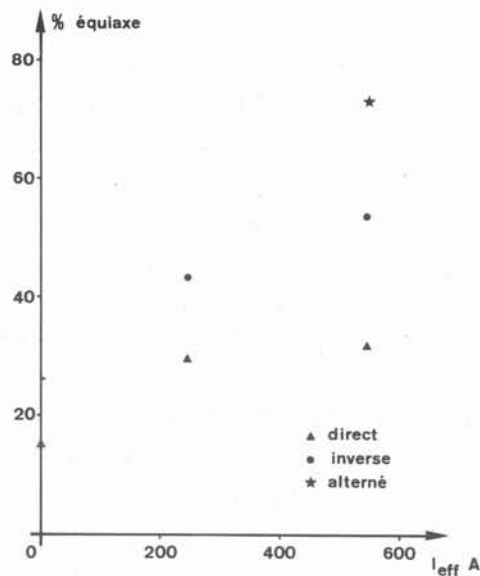


Figure 4.2 : Relation entre le pourcentage de zone équiaxe et l'intensité de brassage électromagnétique. Cas des lingots de 50 x 100 mm.

Enfin le résultat très intéressant, obtenu en brassage alterné confirme les conclusions de ASAI et coll. (1982), qui préconisent ce type de brassage. Toutefois, aucune étude n'a été conduite en vue d'optimiser la fréquence de variation de sens du brassage.

Les deux essais de brassage différé par rapport à la coulée (C7 et C8) sont significatifs des possibilités d'action du brassage dans notre dispositif. En effet dans le cas d'un brassage intervenant 2 mn après le début de solidification, la structure d'ensemble est très voisine du cas de la convection naturelle avec toutefois des grains beaucoup plus allongés et mieux orientés dans la zone de type colonnaire. Cette remarque confirme à nouveau l'importance du brassage sur la structuration de la zone colonnaire dans nos essais. Par contre, dans le cas d'un brassage intervenant au moment de l'apparition du premier solide, la structure est très voisine du cas où le brassage est présent dès la coulée. Les thermogrammes dans l'essai C7 rejoignent très rapidement après le début du brassage (de l'ordre de 10s) une allure semblable à ceux de l'essai C2. Ce résultat montre la rapidité d'action du brassage électromagnétique sur le champ de température. Par contre dans l'essai C8, on peut penser que, compte-tenu de l'épaisseur déjà solidifiée, le brassage est moins actif. Les thermogrammes restent d'ailleurs peu affectés par celui-ci. Ce résultat doit, à notre avis, toutefois être considéré comme lié aux caractéristiques de notre dispositif, c'est-à-dire, une masse thermique importante de la lingotière et un faible flux d'extraction de la chaleur.

L'influence des facteurs surchauffe et composition en élément d'alliage a également été observée, sans faire toutefois l'objet d'une étude systématique. Dans ce domaine, les résultats sont très voisins de ceux obtenus classiquement. Ainsi concernant les petits lingots une diminution de la surchauffe (essai C9), conduit à une plus large zone équiaxe, comme le montraient des expériences antérieures (MORANDO et coll. 1970, DOHERTY et coll. 1977, WITZKE et RIQUET 1982). De plus dans l'essai C9 à très faible surchauffe (20°C) la zone équiaxe formée est particulièrement fine et occupe tout le lingot. Elle évoque le mécanisme de big-bang proposé par CHALMERS (1965), comme origine de la zone équiaxe. Dans le cas des grands lingots, par contre, la surchauffe ne joue que très peu de rôle dans la gamme de surchauffe testée

(40 à 110°C). Ceci provient sans doute du fait que l'étape d'élimination de la surchauffe est longue et que la solidification ne débute qu'après qu'un régime proche d'une vitesse de refroidissement constante en tout point du métal soit établi. Ce résultat est à rapprocher des conclusions de LIPTON (1983), qui montrent que la surchauffe n'agit que dans une gamme de valeurs faibles (5 à 30°C) puis que son effet se sature. On peut penser en effet qu'une surchauffe supérieure ne sert qu'à l'excitation de la convection naturelle.

L'influence de l'augmentation de la concentration en élément d'alliage correspond également aux essais d'autres expérimentateurs (COLE et BOLLING 1969, DOHERTY et coll. 1977). Ainsi dans les essais C1 et C2 sur de l'aluminium commercialement pur, la zone équiaxe reste limitée (15 % et 30 % respectivement), alors que dans les essais C10 et C11 avec un alliage d'aluminium à 2 % de cuivre, les lingots sont complètement équiaxes avec un grain fin.

### 3.2. Redressement des branches de dendrites

#### 3.2.1. Observations :

Le mécanisme de redressement des branches de dendrites a été clairement montré et quantifié par TAKAHASHI et coll. (1976). En effet en croissance dendritique, les axes primaires ont une direction inclinée par rapport à la normale au front et donnent naissance à des grains colonnaires orientés à contre-courant et déviés d'un angle  $\theta$  (figure 4.3). Les mesures réalisées par TAKAHASHI dans un dispositif de solidification voisin d'un viscosimètre de COUETTE, corrélaient sous forme d'une loi empirique, l'angle de redressement  $\theta$  avec la vitesse moyenne du fluide  $U_L$  et la vitesse d'avancement du front  $R$ , dans le cas d'aciers.

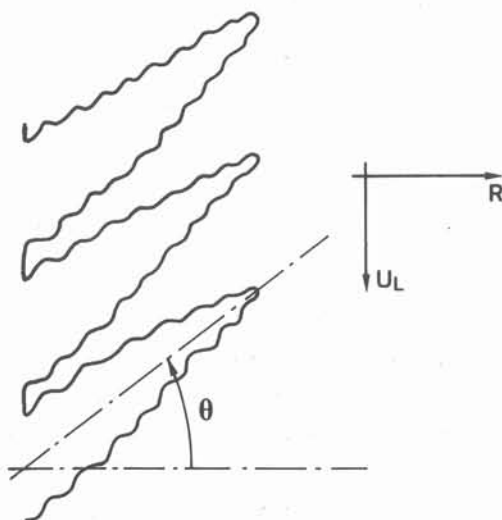


Figure 4.3 : Redressement des branches de dendrites à contre-courant. Schéma de principe.

TAKAHASHI et coll. (1977), mais aussi l'IRSID se servent de cette relation pour estimer la vitesse moyenne du liquide, l'angle  $\theta$  et la vitesse de solidification  $R$  étant connus.



Nos essais, qui permettent de faire varier à l'aide de l'inducteur, la vitesse moyenne d'écoulement du fluide, ont également montré clairement le redressement des grains colonnaires, dans le cas des alliages AU 2, et dans le cas de l'A5. La figure 4.4 montre deux macrographies dans la zone dendritique, d'une part dans le cas d'un brassage électromagnétique direct, (forces électromagnétiques et courant du liquide dirigé vers le bas), d'autre part dans le cas d'un brassage inverse (directions vers le haut).

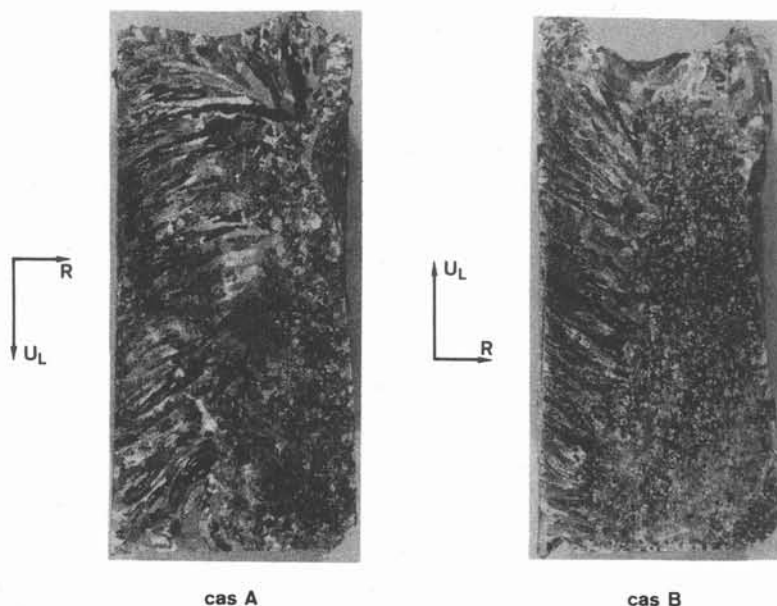


Figure 4.4 : Macrographies présentant le redressement des branches de dendrites

cas a) : brassage direct ( $I_{eff} = 245 \text{ A}$ ) (Essai C2)

cas b) : brassage inverse ( $I_{eff} = 245 \text{ A}$ ) (Essai C4)

Les deux cas montrent la parfaite symétrie de situation par rapport à la direction de croissance, avec un angle  $\theta$  voisin de  $31^\circ$ . Le modèle de solidification (chapitre 3) prévoit une vitesse maximale  $U_{max}$  de l'ordre de 18 cm/s. Les mesures thermiques effectuées (C2) donnent une valeur de R de l'ordre de  $10^{-4}$  m/s.

Dans le cas des petits lingots coulés en A5, un brassage plus de deux fois plus intense (C3-C5) n'a guère plus d'influence sur l'orientation des grains colonnaires : de l'ordre de  $36^\circ$  pour  $\theta$ , au lieu de  $31^\circ$ . Cet effet de saturation est à rapprocher de l'effet constaté sur la figure 4.2. Toutefois, dans l'état actuel des investigations, il n'est pas possible de déterminer si cet effet est propre à l'alliage utilisé (A5) ou à la taille du lingot, puisque les petits lingots coulés en AU 2 (essai C11) présentent uniquement une croissance équiaxe pour la surchauffe considérée. Des mesures complémentaires d'angle  $\theta$  sur des grands lingots coulés en A5 seraient nécessaires.

Dans le cas des grands lingots coulés en AU 2, par contre, l'effet sur  $\theta$  d'une augmentation de la vitesse du fluide  $U_L$  est nettement visible. (figure 4.5). Les valeurs  $U_{max}$  sont obtenues à partir des intensités d'alimentation de l'inducteur et de la figure 2.18 du chapitre 2. Bien que le nombre de points de mesures soit relativement limité, la tendance de cette courbe est tout à fait semblable à celle obtenue par TAKAHASHI.

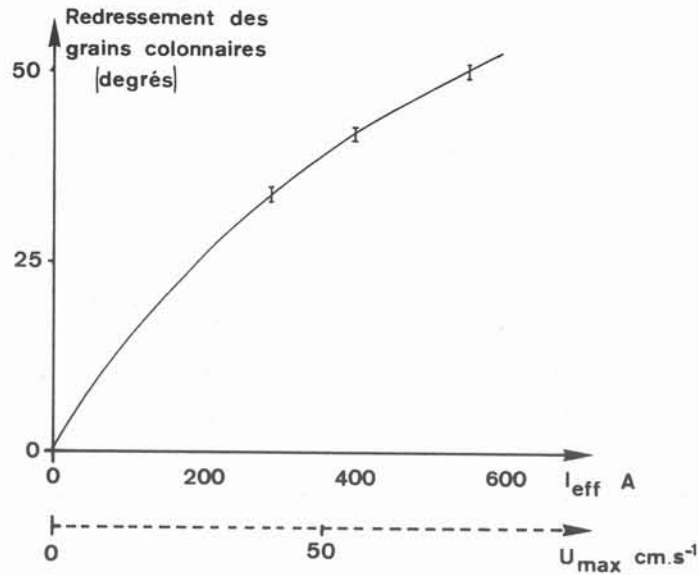


Figure 4.5 : Variation de  $\theta$  en fonction de la vitesse maximale du fluide  $U_{max}$  (cas des lingots 200 x 400 mm, alliage Al 2).

L'essai C6, réalisé en brassage alterné, est particulièrement significatif concernant le redressement des branches de dendrites. La figure 4.6 présente une macrographie dans la zone colonnaire de cet essai. Compte-tenu du fait que le sens du mouvement du métal liquide s'inverse toutes les 15 secondes, on voit apparaître des grains colonnaires croissant "en zig-zag", avec une périodicité de changement de direction uniforme. Donc la solidification réagit avec peu d'inertie aux sollicitations extérieures qui proviennent des mouvements du liquide, ce qui confirme à nouveau leur importance. Accessoirement, en mesurant la périodicité des ondulations, la vitesse de solidification peut être évaluée, de l'ordre de  $7,5 \cdot 10^{-5}$  m/s.



5 mm

Brassage alterné

Figure 4.6 : Macrographie dans la zone dendritique en brassage alterné. Essai C6.



### 3.2.2. Discussion :

L'explication de ce phénomène provient du transport convectif dans la zone dendritique. En effet du point de vue purement mécanique, on pourrait s'attendre plutôt à une déviation dans le même sens que le courant du fait de la force de traînée sur l'obstacle (dendrites).

Dans le chapitre 3, nous avons montré que l'influence de la convection à l'échelle dendritique sur le champ de température pouvait être négligée, mais par contre qu'elle pouvait avoir une action sur le champ de concentration en soluté. Donc, en accord avec ICHIKAWA et coll. (1980), l'origine du redressement des branches de dendrites est recherchée dans un déséquilibre entre les concentrations en soluté en avant et en aval de l'obstacle, que constitue une dendrite. Des analyses à la microsonde effectuées par ICHIKAWA ont confirmé ce mécanisme.

Considérons une dendrite supposée isolée. En chaque point de l'interface il y a échange de soluté entre le solide et le liquide, le soluté étant rejeté dans le liquide environnant :

$$R^* (1 - k) C_L^* = D_L \left( \frac{\partial C_L}{\partial x} \right)_*$$

où  $R^*$  est la vitesse locale de croissance dirigée suivant la normale  $n$  à l'interface solide/liquide de la dendrite.

L'indice  $*$  fait référence aux valeurs à l'interface.

La vitesse de croissance du front  $R$  est alors la moyenne des  $R^*$  sur la surface de la dendrite.

En l'absence de transport convectif du soluté autour de la dendrite, le phénomène est symétrique par rapport à l'axe primaire de la dendrite et la croissance s'effectue suivant la direction imposée pour le gradient thermique. Par contre si la dendrite est placée dans un courant liquide de vitesse  $U_L^*$  perpendiculaire à son axe primaire, le rejet de soluté perd son caractère symétrique : il y a "lavage" du soluté en amont, alors qu'il s'accumule en aval. La conservation du soluté peut s'écrire à l'aide d'un coefficient d'échange, fonction des caractéristiques hydrodynamiques locales :

$$R^* (1 - k) C_L^* = D_L \left( \frac{\partial C_L}{\partial x} \right)_* = h^* (C_L^* - C_\infty)$$

En supposant que dans un plan perpendiculaire à l'axe de la dendrite, la concentration  $C_L^*$  est uniforme, on voit que, compte-tenu du fait que  $h_{\text{amont}}^*$  est supérieur à  $h_{\text{aval}}^*$ ,  $R_{\text{amont}}^*$  est plus grand que  $R_{\text{aval}}^*$ . En moyenne donc,  $R$  a aussi une composante perpendiculaire à l'axe, de sens contraire à  $U_L^*$ .

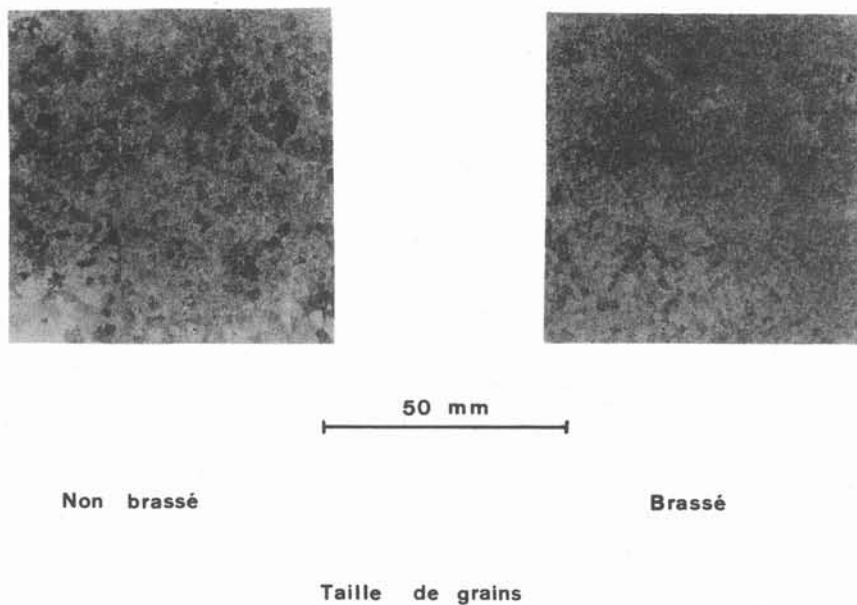
Un tel calcul pourrait être poursuivi, à partir par exemple de l'écoulement autour d'un cylindre et de l'évaluation des coefficients  $h^*$  par analogie entre le transfert de masse et le transfert de chaleur. Toutefois il pose de nombreux problèmes à cause de ses hypo-

thèses très simplificatrices (dendrite isolée). Mais surtout il est difficile de déterminer une vitesse du courant libre  $U_L^*$  dans la zone interdendritique et de la relier à une vitesse  $U_{max}$  du liquide, ce dernier paramètre étant généralement le seul facile à estimer et étant utilisé par TAKAHASHI dans ces corrélations.

L'explication donnée, basée sur le rejet de soluté, peut paraître erronée dans le cas d'un alliage pratiquement pur comme l'A5. Toutefois les expériences de ICHIKAWA (1980) ont montré que même de petites quantités d'éléments d'alliage suffisaient à produire un effet important. A titre d'exemple, dans le cas d'un aluminium de pureté commerciale, l'angle  $\theta$  était de  $15^\circ$ , alors que dans le cas d'un aluminium de haute pureté,  $\theta$  était inférieur à  $4^\circ$ .

### 3.3. Affinement du grain

Nos alliages ne subissent aucun affinage préalable du type affinant au titane et au bore. D'autre part le flux d'extraction de la chaleur est très faible dans nos essais. Donc les tailles de grains mesurées sont très importantes par rapport au cas des alliages coulés industriellement.



*Figure 4.7 : Macrographies montrant la taille de grains en zone équiaxe dans les cas avec et sans brassage*

La figure 4.7 montre l'effet d'affinage dans la zone équiaxe dû au brassage électromagnétique. Il s'agit de macrographies extraites des échantillons B1 (non brassé) et B2 (brassé). Les deux vues sont prises au même endroit par rapport à l'ensemble du lingot. En l'absence de brassage, la taille des grains est de l'ordre de  $4000 \mu m$ , alors qu'avec un brassage, elle descend aux environs de  $1000 \mu m$ . Des études complémentaires sur la distribution de la taille de grains en fonction du brassage sont en cours de réalisation.

#### 4. COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX EN COURS DE SOLIDIFICATION ET LA MODELISATION

Dans l'état actuel, les possibilités de comparaison détaillées entre résultats expérimentaux et modélisation restent assez limitées. En effet les conditions initiales (isothermie et absence de mouvement) et les conditions aux limites (une seule face échangeant par l'intermédiaire d'un coefficient d'échange constant), qui sont imposées dans la modélisation, sont assez éloignées de la réalité expérimentale. Donc il s'agit essentiellement de comparer des tendances.

Une première étude consiste, dans les essais effectués avec acquisition de données sur 20 thermocouples, à examiner le comportement thermique du liquide dans l'étape d'élimination de la surchauffe et en début de solidification. Des essais semblables avaient été réalisés par ENGLER et JANSEN (1977) en vue d'estimer l'importance de la convection naturelle avant et en cours de solidification. En réalité, dans notre dispositif expérimental, ces essais sont assez difficiles à interpréter. Compte-tenu du faible flux de chaleur extrait, les gradients thermiques, qui apparaissent dans le liquide, sont très faibles et de plus, du fait de la convection, ils sont localisés dans des couches-limites près des parois. Ce résultat apparaissait déjà clairement sur les cartes d'isothermes calculées au chapitre 3, mais il est encore plus net sur les tracés des thermogrammes.

A titre d'exemple, les figures 4.8 et 4.9 présentent pour l'essai B3 (convection naturelle) les thermogrammes de début de solidification pour les emplacements répertoriés d'après le schéma joint aux figures.

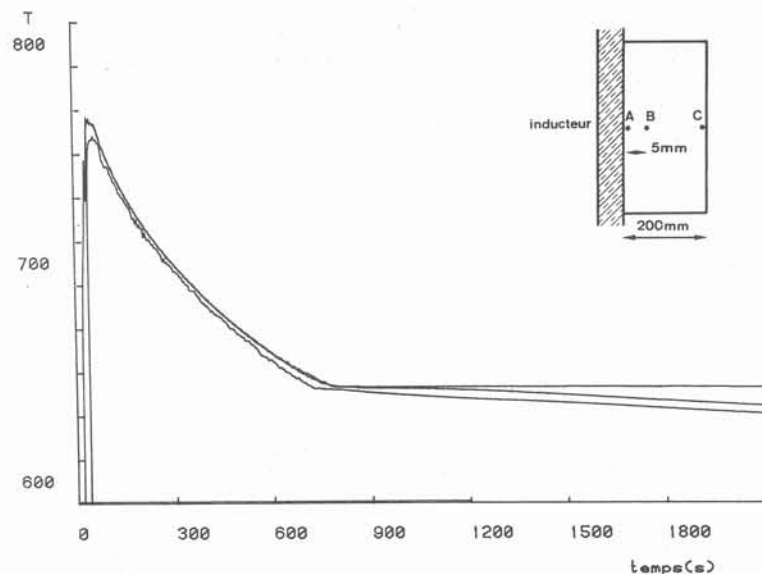


Figure 4.8 : Thermogrammes montrant l'évolution de la température horizontalement (convection naturelle)

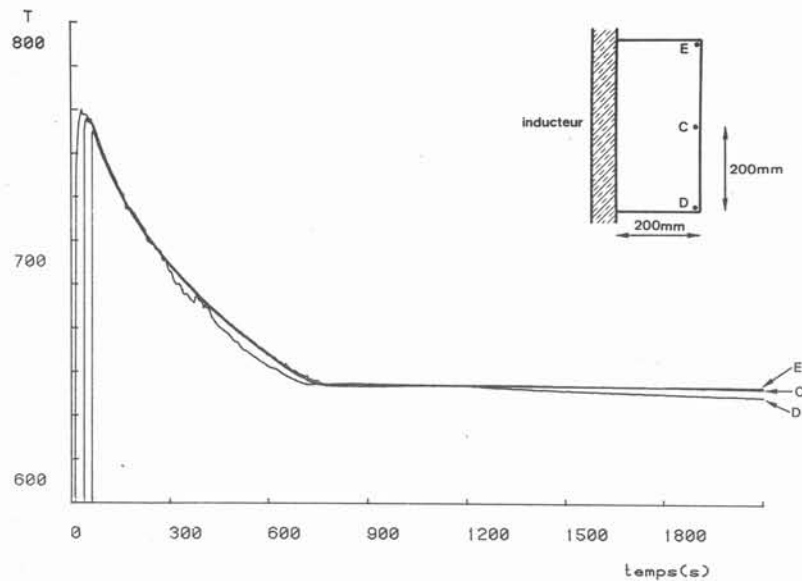


Figure 4.9 : Thermogrammes montrant l'évolution de la température centrale en fonction de la hauteur (convection naturelle)

Concernant l'étape d'élimination de la surchauffe, on reconnaît quelques caractéristiques mises en évidence dans la modélisation de la convection naturelle. Ainsi sur la figure 4.8, apparaît nettement la zone de gradients thermiques très confinée, située entre A et B, puis une zone à très faible gradient. Les gradients au niveau de la paroi froide, de l'ordre de  $10^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ , d'après les thermogrammes A et B en tout début de solidification, expliquent que la solidification commence par une zone colonnaire. Sur la figure 4.9, l'effet de stratification du liquide est également visible, puisque le thermocouple D est plus froid que C. Par contre entre C et E, cet effet n'apparaît pas. Ceci provient sans doute du défaut d'isolation par la surface libre qui conditionne des pertes thermiques, d'où une tendance à former un gradient thermique opposé à l'effet de stratification. Lorsque la solidification commence, les comportements thermiques deviennent plus distincts tout du moins concernant le solide. En effet A commence à se solidifier en premier, suivi de B. Plus étonnant est de voir que D commence à solidifier, bien avant C ou E. Ce résultat fait penser à la large zone proche de la température de liquidus en bas de la lingotière calculée par notre modélisation, en cas de convection naturelle. De plus, d'après la macrographie de la figure 4.1 a), le thermocouple D correspond à une zone de croissance équiaxe. On retrouve donc l'idée que la solidification commence en mode colonnaire (thermocouples A et B), puis qu'après transition, des cristaux équiaxes viennent remplir le fond de la lingotière, alors que la partie supérieure du liquide central reste encore liquide.

Les mesures effectuées en brassage électromagnétique montrent que la température est identique en tout point du cœur du liquide, compte-tenu de la précision d'un thermocouple ( $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ ). Ce résultat confirme l'effet de mélange dû au brassage. Même très près de la paroi froide (5mm) ou au bas de la lingotière, on ne voit pas apparaître de gradient. Par contre le thermocouple placé directement contre la paroi indique une température bien inférieure : la couche-limite thermique est donc très fine. Toutefois des résultats aberrants obtenus dans cer-

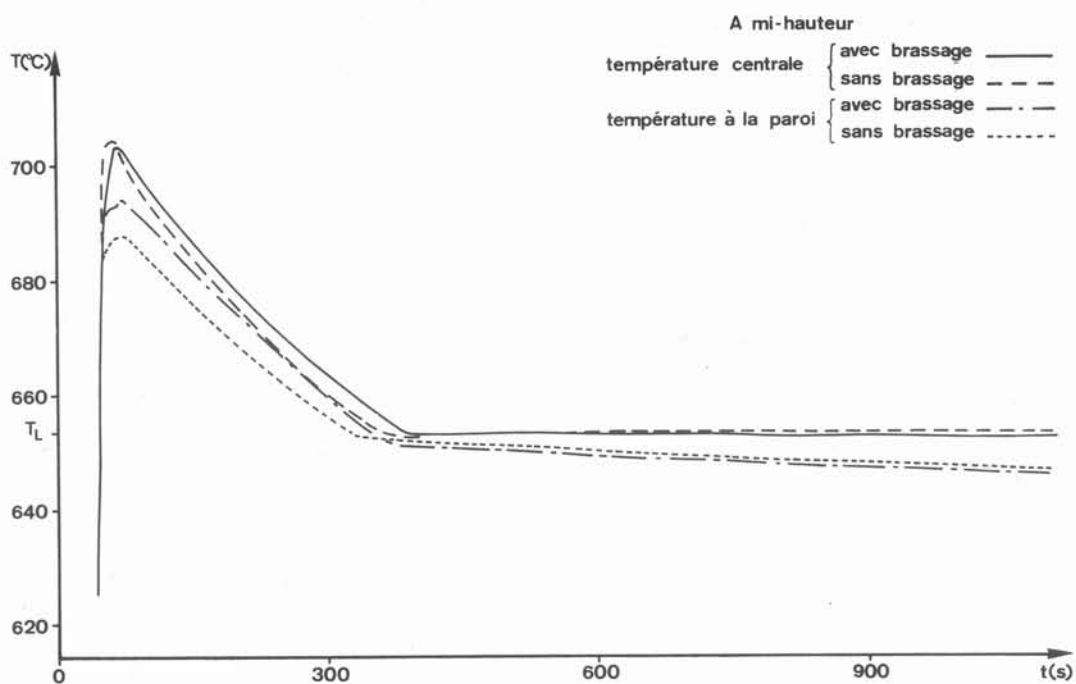


Figure 4.10 : Thermogrammes de solidification dans le cas d'un lingot non brassé (B1) et d'un lingot brassé (B2).

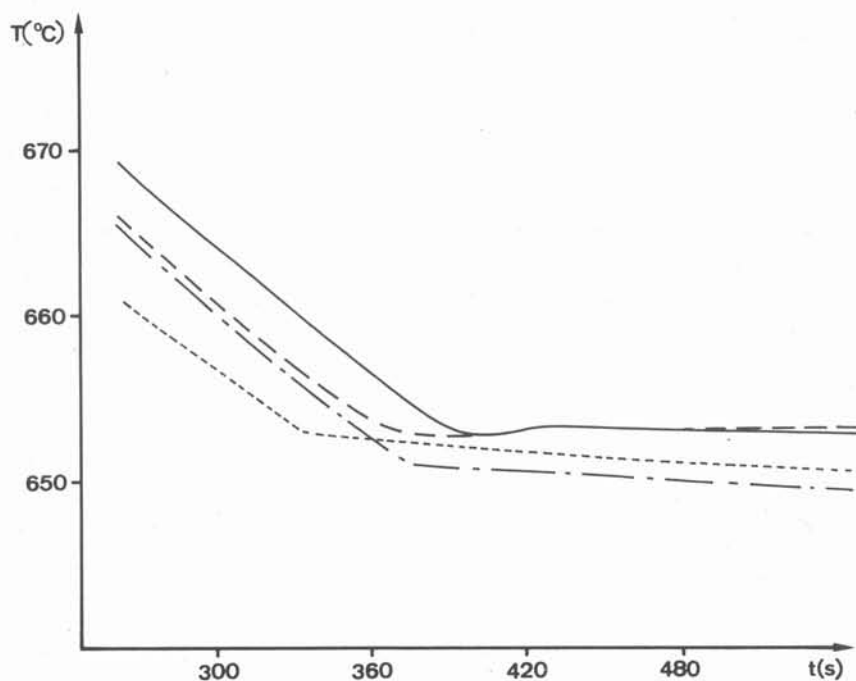


Figure 4.11 : Extrait de la figure 4.10 au voisinage du début de solidification : mise en évidence de la surfusion.

taines expériences (écart de 50°C entre la température centrale et la température de la paroi) font penser que l'implantation du thermocouple près d'une paroi est particulièrement délicate, puisqu'on ne sait plus ce qu'il mesure exactement, compte-tenu de la résistance de contact entre le métal et la paroi.

Une deuxième série de résultats consiste à comparer les thermogrammes obtenus avec ou sans brassage électromagnétique en cours de solidification, les autres paramètres restant identiques. La figure 4.10 présente ces résultats dans les essais B1 et B2. On retrouve un des résultats de la modélisation avec un temps d'apparition du premier solide un peu plus rapide en absence de brassage.

D'autre part, il semble que la surfusion soit plus importante dans le cas du brassage comme le montre d'une part la position du début de palier pour le thermocouple à la paroi (figure 4.11), d'autre part la température du liquide central, légèrement en dessous de celle du liquidus. Ce résultat conforte des mesures effectuées par ASAI (communication privée) en solidification de solutions transparentes, où la surfusion augmente avec l'intensité de la convection.

En définitive une comparaison plus approfondie dans ce domaine nécessiterait, compte-tenu de la précision des résultats à obtenir, des conditions expérimentales beaucoup plus contrôlées, avec en particulier une garantie de reproductibilité des essais. De plus des mesures de température en cours de solidification, avec la finesse que nécessite la compréhension des mécanismes d'action sur les structures, apparaissent comme très délicates. Nos propres mesures indiquent des résultats, en particulier concernant la surfusion, en accord avec d'autres mesures effectuées généralement cependant dans des solutions salines ou organiques (ASAI, à publier, LIPTON, 1983). Toutefois un étalonnage préalable des thermocouples serait nécessaire.

Compte-tenu de la difficulté de ces mesures, la modélisation apparaît comme un moyen très complémentaire pour obtenir des valeurs chiffrées dans ce domaine, avec application au problème de solidification comme nous l'avons fait au chapitre 3. Des expériences bien calibrées devraient permettre de mieux modéliser le comportement thermique d'ensemble, en particulier les échanges vers l'extérieur : mesures d'échauffement dans la plaque refroidissante, mesures dans les parois isolantes pour s'assurer de leur bonne qualité, calage des paramètres du modèle sur les courbes expérimentales.

## CONCLUSION

Les expériences de solidification réalisées ont porté sur l'influence du brassage électromagnétique sur les structures de solidification. Les résultats obtenus dans ce domaine sont un peu différents des conclusions des travaux antérieurs, en particulier ceux obtenus en coulée continue. En effet le brassage électromagnétique joue essentiellement un rôle important sur la clarification et l'affinement des structures. En particulier son influence est nettement visible, dans le cas du redressement des branches de dendrites. Bien plus, les réactions des structures de solidification aux écoulements sont très rapides, comme le montrent

d'une part les exemples de brassage alterné, d'autre part les essais de brassage retardé. Par contre le brassage n'a pas toujours un effet sur la modification de la nature des structures de solidification. Ainsi, dans le cas des grands lingots, où la convection naturelle est déjà bien développée, le brassage n'a aucune action au niveau de la transition colonnaire-équiaxe. Toutefois dans nos essais, le flux de chaleur extrait est relativement faible, compte-tenu d'une part de la géométrie choisie au départ (une seule face d'échange), d'autre part du type de matériau utilisé (béton). Cette remarque fait que le comportement dans nos lingots est différent des conditions expérimentales ou industrielles généralement utilisées. Ainsi, alors que le brassage vient perturber fortement la structuration établie par le flux thermique dans le cas d'essais à fort refroidissement et modifie ainsi les conditions et les structures de solidification, dans notre cas, son rôle semble être de suppléer la thermique en ce qui concerne la structuration. Il est à noter que dans le cas des petits lingots, où d'une part en proportion, le flux de chaleur extrait est plus important (rapport surface d'échange sur volume total plus important), d'autre part les écoulements sont moins intenses, les résultats sont très proches des conclusions classiquement énoncées. Il semble donc que suivant les situations, en particulier l'extraction de chaleur, le rôle du brassage ne soit pas identique. Une optimisation de la façon de brasser, qui ne consiste sans doute pas simplement à atteindre un maximum de puissance de brassage, est nécessaire. Ainsi dans le cas des pièces à refroidissement lent, l'application de brasseurs électromagnétiques doit être réalisée avec prudence.

## C O N C L U S I O N

L'étude réalisée apporte une contribution à la compréhension de l'influence des mouvements convectifs, qu'il s'agisse de convection naturelle ou de brassage électromagnétique, sur les structures de solidification. Plusieurs moyens ont été mis en oeuvre dans cette voie : les uns font appel à des études magnétohydrodynamiques et thermiques, les autres à des études de solidification. Mais une des particularités de ce travail est d'avoir pu coupler ces deux approches, en particulier dans le développement d'une modélisation de la solidification en présence de convection dans le liquide.

A l'aide d'un dispositif expérimental commun, qui est une lingotière avec action sur le courant de métal recirculant par l'intermédiaire d'un inducteur à champ glissant, deux types d'expériences ont été réalisées :

- d'une part une caractérisation détaillée du comportement électromagnétique, hydrodynamique et thermique de l'installation a été effectuée. Nous avons pu ainsi mesurer de manière fiable dans l'aluminium liquide les principaux paramètres MHD et thermiques du système en régime permanent : champ magnétique, densité de courant, vitesses de métal liquide, température. De plus la comparaison de ces résultats avec ceux d'un modèle numérique bidimensionnel présente un bon accord : valeurs maximales du champ magnétique et de la vitesse, structure générale de l'écoulement et allure du champ de température sont bien respectées. L'intérêt d'une telle comparaison est multiple : les techniques de mesures dans les métaux liquides à point de fusion élevé sont délicates à mettre en oeuvre et en dehors d'installations bien conçues pour ce type d'investigation, comme celle élaborée pour notre étude, une utilisation systématique de ces mesures paraît, dans l'état actuel, difficile. Il est donc indispensable de développer parallèlement des modèles fiables. Or la modélisation de certains phénomènes, comme par exemple la turbulence en brassage électromagnétique, pose encore de nombreux problèmes. Il est donc nécessaire de pouvoir comparer les résultats calculés aux expériences, dans les cas où cela est possible. Dans nos essais, cette comparaison est d'autant plus intéressante que toutes les mesures ont pu être réalisées dans l'aluminium liquide, le métal-même qui est utilisé dans les expériences de solidification. Ainsi les problèmes de similitude éventuelle sont éliminés.

- d'autre part des expériences de solidification de lingots ont été réalisées dans différentes conditions de brassage électromagnétique et de taille, accessoirement aussi de surchauffe et de composition. L'examen métallographique des structures de grains de solidification montre que l'action du brassage est très nette sur les petits lingots, moins visible dans le cas de plus grands lingots. Ces résultats sont à interpréter en relation avec notre dispositif expérimental, où le flux d'extraction de la chaleur est faible en comparaison d'autres dispositifs expérimentaux ou industriels. Ils mettent en lumière les avantages du brassage dans certaines circonstances -réduction de la zone colonnaire, affinement du grain-, mais montrent également les défauts -ségrégations- qui peuvent advenir dans des conditions



défavorables comme par exemple celles de nos essais. Ces conclusions sont peut-être moins intégralement positives vis-à-vis de l'effet du brassage électromagnétique en cours de solidification, que des résultats antérieurs d'autres expérimentations. Toutefois elles mettent en lumière la nécessité de définir des gammes d'applications et d'optimiser les dispositifs de brassage électromagnétique, non seulement en fonction de critères intrinsèques mais également en rapport avec les caractéristiques propres de l'installation considérée (géométrie, alliage, extraction de la chaleur, etc...).

Enfin, en vue de coupler les deux parties de l'étude expérimentale, nous avons développé un modèle de simulation, prenant en compte le calcul complet du mouvement dans le liquide et son action sur le champ de température avant et pendant la solidification. Il s'appuie sur l'acquis du calcul en régime permanent. Le problème des courants convectifs du liquide en cours de solidification est donc abordé de manière fondamentale, puisque l'ensemble de l'écoulement est déterminé : ainsi les phénomènes de recirculation et leurs actions sont prises en compte. Le rôle du brassage est étudié de manière détaillée à l'aide de ce modèle, en particulier sa tendance à retarder la solidification, mais corrélativement à diminuer la surchauffe résiduelle. D'une manière générale, les mouvements dans le liquide quelle que soit leur origine favorisent l'apparition d'une zone en surfusion -colonnaire ou constitutionnelle-. En convection naturelle, cette zone reste limitée au fond de la lingotière. Son extension au pied du front, due à la recirculation, n'était cependant pas du tout prévisible dans un modèle en couche limite. En brassage électromagnétique la surfusion devient rapidement généralisée. Ce résultat indique une tendance au développement de la zone équiaxe qui correspond aux observations des structures.

Dans son état actuel, notre modèle permet de rendre compte précisément de l'évolution thermique du liquide en cours de solidification et du rejet de soluté dans le liquide, dans le cas d'une surfusion colonnaire, bien que ce dernier calcul pose encore des problèmes. L'intérêt d'avoir déterminé intégralement l'écoulement apparaît déjà dans ces résultats, puisqu'un certain nombre de phénomènes (stratification en convection naturelle, turbulence en brassage électromagnétique) sont directement liés d'une part au caractère bidimensionnel du modèle, d'autre part aux mouvements du liquide recirculant. Mais cette modélisation ouvre de nombreuses perspectives de par sa possibilité d'évaluer avec détail le transfert convectif. Par exemple, le problème de la croissance équiaxe pourrait être inclus, en supposant toutefois connue une distribution initiale de cristallites dans le liquide, le modèle ne rendant compte que de son évolution ultérieure : sédimentation ou entraînement par le liquide, échanges thermiques et solutaux avec le liquide, et peut-être même taille finale des grains. D'autre part la question des ségrégations en rapport avec le brassage ou la convection naturelle pourrait être étudiée, dans la mesure où une bonne modélisation des écoulements interdendritiques serait possible.

Toutefois, avant ces développements, de meilleures possibilités de comparaison entre les expériences de solidification et la modélisation seraient nécessaires. En particulier, la mise en oeuvre d'une nouvelle installation expérimentale, en cours de réalisation, avec un contrôle plus direct des conditions d'échange thermique, devrait permettre d'assurer une meilleure reproductibilité aux essais.

## BIBLIOGRAPHIE

- R. ALBERNY, J.P. BIRAT, J. CHONE  
Revue de Métallurgie - CIT (1982), pp 901-916.
- K.W. ANDREWS, C.R. GOMER  
Proc. Conf. "The Solidification of Metals", Iron Steel Inst. Publ. 110, (1968),  
pp 363-369.
- S. ASAI, K. YASUI, I. MUCHI  
Trans. Iron Steel Inst. Jap., Vol. 18, (1978), pp 754-760.
- S. ASAI, N. NISHIO, I. MUCHI  
Trans. Iron Steel Inst. Jap., vol. 22 (1982), pp 126-133.
- S. ASAI, K. MIYAZAWA, T. FUKAYA, I. MUCHI  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics, (1982),  
Cambridge (U.K.).
- J.N. BARBIER, Y. FAUTRELLE, J. EVANS, P. CREMER  
J. de Mécanique Théorique et Appliquée, Vol. 1, n° 3, (1982), pp 533-556.
- J.P. BIRAT, J. FOUSSAL, M. LARRECQ, C. SAGUEZ, M. WANIN  
Proc. Conf. on Solidification Technology in the Foundry and Cast House (1980),  
Coventry (U.K.), pp 536-543.
- J.P. BIRAT, J. CHONE  
Proc. of the 4<sup>th</sup> Int. Iron and Steel Conference (1982), Londres.
- M.R. BRIDGE, G.D. ROGERS  
Conf. on Modeling of Casting and Welding Processes (1983), Henniker (U.S.A.).
- H.D. BRODY, M.C. FLEMINGS  
Trans. TSM-AIME, vol. 236 (1966), pp 615-624.
- M.H. BURDEN, J.D. HUNT  
J. of Cryst. Growth, Vol. 22 (1974), pp 99-116.
- M.H. BURDEN, J.D. HUNT  
Met. Trans., vol. 6A, pp 240-241.
- D. CAMEL, J.J. FAVIER  
"Thermal Convection and Longitudinal Macrosegregation in Horizontal Bridgman  
Crystal Growth", à paraître dans J. of Cryst. Growth.
- J. CAMPBELL  
Int. Metals Review, n° 2 (1981), pp 71-107.
- H.S. CARSLAW, J.C. JAEGER  
Conduction of Heat in Solids (1959), Oxford, Clarendon Press.
- B. CHALMERS  
J. Australian Inst. Metals, Vol. 8 (1963), p 255.
- V.L. CHANG  
Thèse de Docteur-Ingénieur, INPG, Grenoble (1978).
- F. CHIESA, R. GUTHRIE  
Met. Trans, Vol. 2 (1971), pp 2833-2838.
- M. CHOUDHARY, J. SZEKELY  
Met. Trans., Vol. 11 B (1980), pp 439-453.
- M. CHOUDHARY, J. SZEKELY, B.I. MEDOVAR, Yu. G. EMEL'YANENKO  
Met. Trans., Vol. 13 B (1982), pp 35-43.
- T.W. CLYNE, W. KURZ  
Met. Trans. Vol. 12 A (1981), pp 965-971.
- T.W. CLYNE, A. GARCIA, P. ACKERMANN, W. KURZ  
J. of Metals (1982), pp 34-39.

- G.S. COLE, G.F. BOLLING  
Trans. TSM-AIME, Vol. 233 (1965), pp 1568-1572.
- G.S. COLE, G.F. BOLLING  
Trans. TSM-AIME, Vol. 236 (1966), pp 1366-1368.
- G.S. COLE, G.F. BOLLING  
Trans. TSM-AIME, Vol. 239 (1967), pp 1824-1835.
- G.S. COLE dans "Solidification", American Society for Metals (1969).
- G.S. COLE, G.F. BOLLING  
Trans. TSM-AIME, Vol. 245 (1969), pp 725-734.
- R.E. CRAINE, J.G. ANDREWS  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of the Magnetohydrodynamics (1982), Cambridge (U.K.).
- P. CREMER Thèse de Docteur-Ingénieur, INPG, Grenoble (1979).
- A.B. CROWLEY, J.R. OCKENDON  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 22 (1979), pp 941-947.
- P.V. DESAI, F. RASTEGAR  
Conf. on Modeling of Casting and Welding Processes (1980), Rindge (U.S.A.).
- R.D. DOHERTY, P.D. COOPER, M.H. BRADBURY, F.J. HONEY  
Met. Trans., Vol. 8 A (1977), pp 397-402.
- Y. EBISU A.F.S. Transactions (1977), pp 643-653.
- E.R.G. ECKERT, R.M. DRAKE  
Heat and Mass Transfer, 2nd edition, Mac Graw Hill (1963).
- N. EL KADDAH, J. SZEKELY, G. CARLSSON  
"Fluid Flow and Mass Transfer in an Inductively Stirred Four Ton Melt of Molten Steel" à paraître.
- S. ENGLER, R. JANSEN  
Giesserei Forschung, Vol. 29 (1977), pp. 31-39.
- R. ERNST, M. GARNIER, M. GIROUTRU, R. MOREAU, MM. PEYTAVIN et GEUSSIÉ  
"Procédé de fabrication de produits longs creux par coulée continue à l'aide d'un champ magnétique et dispositif de mise en oeuvre du procédé".  
Brevet d'invention français n° 8200763.
- J.W. EVANS, Y. ZUNDELEVICH, D. SHARMA  
Met. Trans., Vol. 12 B (1981), pp 353-360.
- J.W. EVANS, S.D. LUMPANY  
Met. Trans., Vol. 14B (1983), pp 306-308.
- Y. FAUTRELLE J. Fluid Mech., Vol. 102 (1981), pp 405-430.
- M.C. FLEMINGS, G.E. NEREO  
Trans. TSM-AIME, Vol. 239 (1967), pp 1447-1461, Ibidem Vol. 242, (1968), pp 41-55.
- M.C. FLEMINGS Solidification Processing, Mac Graw Hill (1974).
- S.C. FLOOD, J.D. HUNT  
Meeting on Progress in Modeling of Solidification Processes (1983), Sheffield (U.K.)
- A. FORTIER Mécanique des Suspensions, Masson (1967).
- T. FUJII, D.R. POIRIER, M.C. FLEMINGS  
Met. Trans., Vol. 10 B (1979), pp 331-339.
- A. GARCIA, T.W. CLYNE, M. PRATES  
Met. Trans., Vol. 10 B (1979), pp 85-92.
- M. GARNIER Thèse de Doctorat d'Etat, INPG, Grenoble (1982).
- R. GIBLIN Transmission de la Chaleur par Convection Naturelle, Eyrolles, Paris (1974).
- A.E. GILL J. Fluid Mech., Vol. 26 (1966), pp 515-536.
- A.D. GOSMAN, W. M. PUN, A. K. RUNCHAL, D.B. SPALDING, M. WOLFSHTEIN  
Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press (1969).

- P.H. HANSEN dans "Solidification and Casting of Metals", Sheffield (U.K.) (1977), pp 350-356.
- J.G. HENZEL, J. KEVERIAN  
J. of Metals, Vol. 17 (1965), pp 561-568.
- A.W.D. HILLS Trans. TSM-AIME, Vol. 245 (1969), pp 1471-1479.
- W.F. HUGUES, F.J. YOUNG  
The Electromagnetodynamics of Fluids, John Wiley, New-York (1966).
- D.J. HURTUK, A.A. TZAVARAS  
Met. Trans., Vol. 8 B (1977), pp 243-251.
- R. ICHIKAWA, H. TANIGUCHI, O. ASAI  
Z. Metallkunde, Vol. 71 (1980), pp 260-263.
- Y. ITOH, T. OKAJIMA, H. MAEDE, K. TASHIRO  
Trans. Iron Steel Inst. Jap., Vol. 22 (1983), pp 223-229.
- K.A. JACKSON, J.D. HUNT, D.R. UHLMANN, T.P. SEWARD III  
Trans. TSM-AIME, Vol. 236 (1966), pp 149-158.
- S. JACOB, M. RICHARD  
Revue de Métallurgie, M.E.S., Septembre 1983.
- A.R. JOHNSON Light Metals, Vol. 1, The Met. Soc. of AIME (1978), pp 45-58.
- M.H. JOHNSTON, C.S. GRINER  
Met. Trans., Vol. 8 A (1977), pp 77-82.
- M.H. JOHNSTON, R.A. PARR  
Met. Trans., Vol. 13 B (1982), pp 85-90.
- H. JONES J. of the Institute of Metals, Vol. 97 (1969), pp 38-43.
- W. JOST Diffusion in Solids, Liquids and Gases, Academic Press (1960).
- F. KAEMPFFER, F. WEINBERG  
Met. Trans., Vol. 2 (1971), pp 3051-3054.
- T.Z. KATTAMIS dans "Heat and Mass Transfer in Metallurgical Systems", Mac Graw Hill (1981), pp 375-401.
- S. KOANDA Thèse de Docteur de troisième cycle, INPG, Grenoble (1982).
- S. KOANDA, Y. FAUTRELLE  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics. Cambridge (U.K.) (1982).
- A. KOHN Proc. Conf. "The Solidification of Metals", Iron Steel Inst. Publ. 110, (1968), pp 356-362.
- M. KÖLLING, U. GRIGULL  
dans "Heat and Mass Transfer in Metallurgical Systems", Mac Graw Hill (1981) pp 329-340.
- S. KOU, D.R. POIRIER, M.C. FLEMINGS  
Met. Trans., Vol. 9 B (1978), pp 711-719.
- J. KREYENBERG, K. SCHWERTFEGER  
Arch. Eisenhüttenwesen, Vol. 50, n° 1 (1979).
- P.G. KROEGER, S. OSTRACH  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 17 (1974), pp 1191-1207.
- W. KURZ, D.J. FISHER  
Acta Met., Vol. 29 (1981), pp 11-20.
- G. LAMANTHE Thèse de Docteur-Ingénieur, INPG, Grenoble (1982).
- M. LARRECQ, C. SAGUEZ, M. WANIN  
Revue de Métallurgie, n° 6 (1978), pp 337-352.
- B.E. LAUNDER, D.B. SPALDING  
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3 (1974), pp 269-289.
- J.D. LAVERS, P.P. BIRINGER  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics (1982) Cambridge (U.K.).

- T. LEHNER Scand. J. Metall., Vol. 10 (1981), pp 157-162.
- G. LESOULT, P. NEU, J.P. BIRAT  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics  
(1982), Cambridge (U.K.).
- V.G. LEVICH Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall Inc. (1962).
- D.C. LILLICRAP  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics  
(1982), Cambridge (U.K.).
- J. LIPTON Thèse, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (1983).
- R.J. Mc DONALD, J.D. HUNT  
Trans. TSM-AIME, Vol. 245 (1969), pp 1993-1997.
- H.S. MARR IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics  
(1982), Cambridge (U.K.).
- J. MATHEW, H.D. BRODY  
dans "Solidification and Casting of Metals", Sheffield (1977), pp 244-249.
- R. MEHRABIAN, M. KEANE, M.C. FLEMINGS  
Met. Trans., Vol. 1 (1970), pp 1209-1220.
- D.A. MELFORD Rapport d'une discussion d'un Congrès de la "Metals Society" (23/10/79) dans  
Ironmaking and Steelmaking, Vol. 2 (1980), pp 89-91.
- G.H. MEYER Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24 (1981), pp 778-781.
- E.A. MIZIKAR Trans. TSM-AIME, Vol. 239 (1967), pp 1747-1753.
- D.J. MOORE, J.C.R. HUNT  
Proc. 3<sup>rd</sup> Beer Sheva Symposium on MHD Flows and Turbulence (1981)  
Beer Sheva (Israël).
- R. MOREAU Proc. Conf. 15<sup>th</sup> IUTAM Congress, Toronto, (1980), pp 107-117.
- R. MORANDO, H. BILONI, G.S. COLE, G.F. BOLLING  
Met. Trans. Vol. 1 (1970), pp 1407-1412.
- Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion  
Edité par J.R. OCKENDON et W.R. HODGKINS, Oxford University Press (1975).
- A. MURTHY, J. SZEKELY  
Met. Trans., Vol. 14 B (1983), pp 499-502.
- P. NEU, J.C. GENNESON, J.L. HENGSEN  
Rapport IRSID ACI 82, RC 925 (1982).
- S. O'HARA, W.A. TILLER  
Trans. TSM-AIME, Vol. 239 (1967), pp 497-501.
- I. OHNAKA, T. FUKASAKO  
Trans. Iron Steel Inst. Jap., Vol. 21 (1981), pp 485-494.
- G.M. OREPER, J. SZEKELY  
"Heat and Fluid Flow Phenomena in Weld Pools", à paraître.
- J.P. PAPAIZIAN, T.Z. KATTAMIS  
Met. Trans., Vol. 11 A (1980), pp 483-493.
- A.J. PEDRAZA, S. HARRIAGUE, D. FAINSTEIN-PEDRAZA  
Met. Trans., Vol. 11 B, pp 321-330.
- T.S. PIWONKA, M.C. FLEMINGS  
Trans. TSM-AIME, Vol. 236 (1966), pp 1157-1165.
- R.F. POLICH, M.C. FLEMINGS  
Trans. AFS, Vol. 73 (1965), pp 28-33.
- N. RAMACHANDRAN, J.P. GUPTA, Y. JALURIA  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 25 (1982), pp 187-194.
- R. RICOU, C. VIVES  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 25 (1982), pp 1579-1588.
- S.R. RIDDER, F.C. REYES, S. CHAKRAVORTY, R. MEHRABIAN, J.D. NAUMAN, J.H. CHEN, H.J. KLEIN  
Met. Trans., Vol. 10 B (1978), pp 415-425.

- S.R. RIDDER, S. KOU, R. MEHRABIAN  
Met. Trans., Vol. 12 B (1981), pp 435-447.
- P.J. ROACHE      Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publications (1972).
- W. RODI          Turbulence Models for Environmental Problems, Prediction Methods for  
Turbulent Flows, Von Karman Institute lecture Series (1979), 2.
- R.W. RUDDLE      The Solidification of Casting, 2nd edition, Londres, Richard Clay Co (1957).
- D.R. SADOWAY, J. SZEKELY  
Met. Trans. Vol. 11 B (1980), pp 334-335.
- K. SCHWERTFEGER  
Modèles mathématiques pour l'étude des problèmes de solidification,  
Luxembourg, Vol. 1, 29/11 au 2/12/1977.
- R.T. SOUTHIN      Trans. TSM-AIME, Vol. 239 (1967), pp 220-225.
- D.B. SPENCER, R. MEHRABIAN, M.C. FLEMINGS  
Met. Trans., Vol. 3 (1972), pp 1925-1932.
- M.J. STEWART, F. WEINBERG (a)  
J. of Cryst. Growth, Vol. 12 (1972), pp 228-238.
- M.J. STEWART, F. WEINBERG (b)  
J. of Cryst. Growth, Vol. 12 (1972), pp 217-227.
- M.J. STEWART, F. WEINBERG (c)  
Met. Trans., Vol. 3 (1972), pp 333-337.
- N. STREAT, F. WEINBERG  
Met. Trans., Vol. 7 B (1976), pp 417-423.
- Y. SUNDBERG      ASEA-Revue, n° 5 (1971), pp 107-116.
- J. SZEKELY, P.S. CHHABRA  
Met. Trans, Vol. 1 (1970), pp 1195-1203.
- J. SZEKELY, V. STANEK (a)  
Met. Trans., Vol. 1 (1970), pp 119-126.
- J. SZEKELY, V. STANEK (b)  
Met. Trans., Vol. 1 (1970), pp 2243-2251.
- J. SZEKELY, M.R. TODD  
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 14 (1971), pp 467-482.
- J. SZEKELY, R.T. YADOWA  
Met. Trans., Vol. 3 (1972), pp 2673-2680.
- J. SZEKELY, K. NAKANISHI  
Met. Trans., Vol. 6 B (1975), pp 245-255.
- J. SZEKELY, H.J. WANG, K.M. KISER  
Met. Trans., Vol. 7 B (1976), pp 287-295.
- J. SZEKELY, C.W. CHANG, R.E. RYAN (a)  
Met. Trans., Vol. 8 B (1977), pp 333-337.
- J. SZEKELY, C.W. CHANG, W.E. JOHNSON (b)  
Met. Trans. Vol. 8 B (1977), pp 514-517.
- J. SZEKELY, A.S. JASSAL  
Met. Trans., Vol 9 B (1978), pp 389-398.
- K.H. TACKE, K. SCHWERTFEGER  
Stahl und Eisen, n° 99 (1979), pp 7-12.
- K.H. TACKE, A. GRILL, K. MIYAZAWA, K. SCHWERTFEGER  
Arch. Eisenhüttenwesen, Vol 52, n° 1, (1981), pp 15-20.
- T. TAKAHASHI, I. HAGIWARA  
J. Japan Inst. Metals, Vol. 29 (1965), pp 1152-1159.
- T. TAKAHASHI, K. ISHIKAWA, M. KUDOU, K. SHIMAHARA  
Trans. Iron Steel Inst. Jap. Vol. 16 (1976), pp 283-291.
- T. TAKAHASHI, K. ISHIKAWA, M. KUDOU  
dans "Solidification and Casting of Metals", Sheffield (U.K.) (1977)  
pp 331-332

- E.D. TARAPORE, J.W. EVANS  
Met. Trans, Vol. 7 B (1976), pp 343-351.
- E.D. TARAPORE, J.W. EVANS, J. LANGFELDT  
Met. Trans., Vol. 8 B (1977), pp 179-184.
- E.D. TARAPORE J. of Metals (1982), pp 50-55.
- C. TRAKAS, P. TABELING, J.P. CHABRERIE  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics,  
Cambridge (U.K.) (1982).
- R. TRIVEDI J. of Cryst. Growth, Vol. 49 (1980), pp 219-232.
- A. TZAVARAS, J. WALLACE  
J. of Cryst Growth, Vol. 13/14 (1972), pp 782-786.
- D.R. UHLMANN, T.P. SEWARD, B. CHALMERS  
Trans. TSM-AIME, Vol. 236 (1966), pp 527-531.
- P. VAN DEN HOVE  
Thèse de Docteur-Ingénieur, INPG, Grenoble (1982).
- R. VASSE, H. GAYE, J.P. MOTTE, Y. FAUTRELLE  
7th Int. Congress on Vacuum Metallurgy, Tokyo (1982).
- L.A. VERTE Metallurgiya, Moscou (1965), Bibl. IRSID n° 250, Trad. n° 2544.
- D.C. WECKMAN, R.J. PICK, P. NIESSEN  
Z. Metallkunde, Vol. 70 (1979), pp 750-757.
- D.C. WECKMAN, P. NIESSEN  
Met. Trans., Vol. 13 B (1982), pp 593-602.
- S. WITZKE, J.P. RIQUET, F. DURAND  
Mém. Scient. Revue de Métallurgie (1979), pp 701-714.
- S. WITZKE Thèse de Docteur de Troisième Cycle, INPG, Grenoble (1980).
- S. WITZKE, J.P. RIQUET, F. DURAND  
Acta Met., Vol. 29 (1981), pp 365-374.
- S. WITZKE, J.P. RIQUET  
Acta Met., Vol. 30 (1982), pp 1717-1722.
- M. YAMAHIRO, I. FURUGAKI, T. OHASHI  
IUTAM Symposium on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics,  
(1982), Cambridge (U.K.).

## ANNEXE A

MÉTHODE NUMÉRIQUE DE RÉOLUTION





### A.1. METHODE GENERALE

La méthode de résolution utilisée est une méthode de différences finies exposée par GOSMAN et Coll. (1969). Elle permet de résoudre un système d'équations de transport, de la forme générale :

$$a \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left( b \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( b \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + d = 0 \quad |1|$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
convection

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
diffusion

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
sources

$\phi$  est une variable générique qui représente, suivant les cas, le tourbillon  $\xi$ , la fonction de courant  $\psi$ , la température  $T$ , la concentration  $C_L$ , etc... avec des valeurs adéquates de  $a$ , de  $b$  et de  $d$ , qui dépendent a priori de toutes les variables.

L'équation |1| est intégrée sur le domaine hachuré  $\mathcal{D}$  de contour  $\Gamma$  (figure A.1), appelé parfois aussi volume de contrôle.

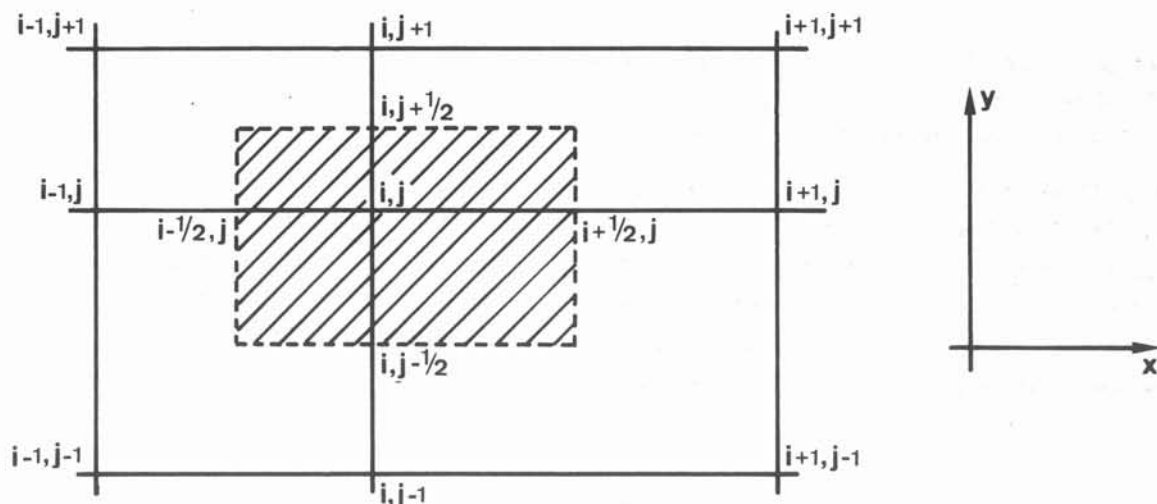


Figure A.1 : portion du maillage autour du noeud  $(i,j)$  avec le domaine d'intégration  $\mathcal{D}$ .

Soit :

$$B = \iint_{\mathcal{D}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( b \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( b \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dx dy$$

$$A = a \iint_{\mathcal{D}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] dx dy$$

$$D = \iint_{\mathcal{D}} d dx dy$$

A et B se transforment en intégrale simple sur  $\Gamma$

$$A = a \int_{\Gamma} \left( \phi \frac{\partial \psi}{\partial y} dy + \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx \right)$$

$$B = \int_{\Gamma} \left( b \frac{\partial \phi}{\partial x} dy - b \frac{\partial \phi}{\partial y} dx \right)$$

En l'absence d'informations complémentaires, on suppose que  $d$  est constant sur  $\mathcal{D}$

d'où  $D = d_{i,j} \times S$   $S$  : surface de  $\mathcal{D}$

Les dérivées  $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \phi}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial y}$  sont ensuite discrétisées de manière classique :

- . schéma centré pour les dérivées de  $\phi$
- . schéma amont pour les dérivées de  $\psi$

Après intégration, on obtient une équation donnant  $\phi_{i,j}$  en fonction des

$\phi_{i+1,j}$ ,  $\phi_{i-1,j}$ ,  $\phi_{i,j+1}$ ,  $\phi_{i,j-1}$  et des neuf valeurs  $\psi_i \begin{smallmatrix} < 1 \\ < 0 \\ < -1 \end{smallmatrix}$ ,  $j \begin{smallmatrix} < 1 \\ < 0 \\ < -1 \end{smallmatrix}$

Du point de vue physique, cette équation correspond à un bilan sur le domaine  $\mathcal{D}$  : par exemple dans le cas où  $\phi$  est la température, la variation d'enthalpie dans le domaine  $\mathcal{D}$  est égale au flux thermique sortant suivant  $\Gamma$  pendant  $dt$ .

On répète l'opération ci-dessus pour chaque noeud intérieur au maillage. Pour les noeuds situés sur les frontières, le domaine d'intégration  $\mathcal{D}$  est limité à la moitié (noeud sur le bord) ou au quart (noeud au coin) du domaine hachuré sur la figure A.1, et les conditions aux limites sont prises en compte dans cette intégration. On obtient un système d'équations non linéaires, qui est résolu par la méthode de GAUSS-SEIDEL avec sous-relaxation ou sur-relaxation suivant que la variable converge facilement ou non.

## A.2. CAS DE LA DETERMINATION DU POTENTIEL VECTEUR A

Seuls les termes de diffusion et de source sont à prendre en compte. L'équation adimensionnalisée s'écrit

$$\Delta \hat{A} = i R_{\omega} \hat{A}$$

avec  $\hat{A}$ , variable complexe.

### A.3. CAS DE LA SOLIDIFICATION

#### A.3.1. Début de solidification

Le terme source dans l'équation thermique [eq. 16, chapitre 3], correspond au dégagement de chaleur latente  $-\Delta H/C_p \partial g_S/\partial t$ . Une application directe de la méthode de GOSMAN conduit à une instabilité en début de solidification, du fait de la forte variation de la fraction solide en fonction de la température. Donc dès que la température en un noeud est plus basse que la température de début de solidification, sa valeur est recalculée en linéarisant la courbe de fraction solide en fonction de la température. Du fait que cette méthode de type Newton est incluse aux cycles de convergence de la méthode de Gauss-Seidel, la linéarisation pour le  $n^{\text{ième}}$  cycle s'effectue à partir de la valeur de température obtenue au  $(n-1)^{\text{ième}}$  cycle.

#### A.3.2. Gradient thermique au niveau du front de solidification

Le calcul est effectué à partir du flux thermique  $\phi$  échangé entre deux volumes de contrôle. En effet, soit deux volumes voisins, l'un dans le liquide (noeud central  $(i,j)$ ), l'autre dans la zone solide/liquide (noeud central  $(i+1,j)$ ). D'après la discrétisation proposée par GOSMAN, le flux thermique s'exprime en fonction de  $T_{i,j}$  et  $T_{i+1,j}$ .

Connaissant  $\phi$ , le gradient est calculé en divisant  $\phi$  par la surface d'échange et par la conductibilité thermique du liquide en laminaire. L'intérêt de cette technique est d'intégrer des variations de conductibilité, dues par exemple à la turbulence ou à la différence entre valeurs dans le solide et dans le liquide et de se rapprocher du sens physique de la méthode.

#### A.3.3. Echanges solutaux au niveau du front de solidification

En l'absence de surfusion colonnaire, ce problème ne se pose pas puisque le liquide reste homogène à la concentration nominale de l'alliage. Par contre, en cas de surfusion, il y a rejet de soluté vers le liquide (figure 3.4). Or, comme il a été précisé au chapitre 3, la détermination des échanges de soluté au niveau du front de solidification est très difficile. En effet, la couche-limite chimique est très fine.

Soit à nouveau les deux volumes  $(i,j)$  et  $(i+1,j)$  considérés au paragraphe A.3.2. Au lieu d'évaluer le flux massique de soluté échangé entre ces deux volumes directement à partir de la discrétisation proposée par GOSMAN, celui-ci est remplacé par une valeur  $\phi_c$  :

$$\phi_c = h_c (C_p - C_{i+1,j})$$

où  $C_p$  désigne la concentration dans le liquide à l'interface solide/liquide.

D'après le calcul thermique, l'isotherme  $T_p$  est placée par interpolation entre  $x_i$  et  $x_{i+1}$ . Soit  $d$  la distance entre ce point et le point  $(i+1,j)$ . Le coefficient d'échange  $h_c$  est estimé à partir d'une corrélation entre le nombre de Sherwood, le nombre de Schmidt et le nombre de Reynolds, construits d'une part à partir de  $d$ , d'autre part avec la vitesse  $v_{i+1,j}$ , donc la vitesse perpendiculaire au front considéré.

Les corrélations adoptées sont actuellement très sommaires et empruntées, d'après l'analogie de COLBURN, au transfert thermique :

$$\text{en laminaire : } Sh = 0,66 (Re)^{0,5} (Sc)^{0,33}$$

$$\text{en turbulent : } sh = 0,34 (Re)^{0,8} (Sc)^{0,33}$$

La même opération est répétée, s'il y a lieu, suivant la direction  $y$  et l'ensemble est intégré au calcul.

Il est certain que cette méthode n'est qu'une première approche du problème. Elle pose encore de nombreux problèmes, en particulier au niveau du choix des corrélations et nécessiterait des améliorations. A titre d'exemple, en suivant une perspective plus métallurgique que de type génie chimique, on pourrait introduire un coefficient de partage effectif, qui tiendrait précisément compte du phénomène de rejet de soluté (modèle du type BURTON, PRIM, et SLICHTER).

Une autre démarche pourrait consister à développer une méthode mixte, calcul numérique - pour pouvoir évaluer les transferts de soluté dans l'ensemble du lingot en écoulement recirculant- et couche-limite - au voisinage du front de solidification.

ANNEXE B

MÉTHODES DE MODÉLISATION DE LA  
SOLIDIFICATION



La modélisation d'un problème de solidification est a priori compliquée puisque plusieurs mécanismes interviennent de manière couplée : transfert thermique, transfert de masse, écoulements fluides, thermodynamique, parmi les principaux. Dans bien des cas toutefois on se contente de traiter le problème de transfert thermique en faisant des approximations très simplificatrices dans les autres domaines.

Pour exposer le problème de transfert thermique en cours de solidification, on se réfère généralement au cas de la solidification d'un métal pur en front plan, connu dans la littérature sous le nom de problème de Stefan. De nombreuses solutions ont été proposées dans des cas et des approximations données ; on peut les classer en trois types : les solutions analytiques, les méthodes intégrales et les méthodes numériques.

### B.1. Le problème de Stefan

Il s'agit d'estimer l'évolution du champ thermique dans le métal en cours de solidification. La figure B.1 présente le problème dans le cas unidirectionnel :

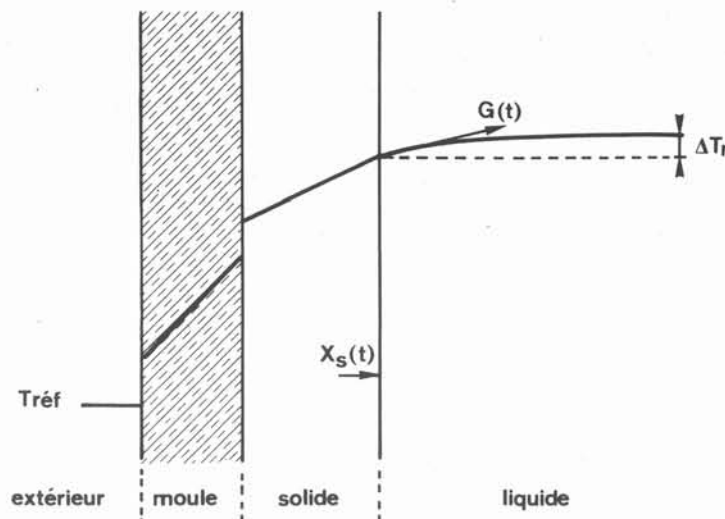


Figure B.1.

Certains paramètres sont plus particulièrement intéressants pour la solidification :

- temps d'apparition du premier solide après la coulée, que l'on confond dans certaines approximations, avec le temps d'évacuation de la surchauffe.
- l'épaisseur solidifiée  $X_S(t)$ , ainsi que la vitesse d'avancement du front  $R(t) = \frac{dX_S}{dt}(t)$ .
- la surchauffe résiduelle  $\Delta T_r$ , différence entre la température au centre du liquide et la température de fusion.
- le gradient thermique  $G_L$ , en avant du front de solidification.



- le produit  $G_L R$ , qui correspond à la vitesse de refroidissement.
- le quotient  $G_L / R$  qui intervient dans la formation de la surfusion constitutionnelle en avant du front (FLEMINGS, 1974).

La relation de continuité du flux de chaleur au niveau du front de solidification donne :

$$\lambda_s \left. \frac{dT}{dx} \right|_s = \lambda_l \left. \frac{dT}{dx} \right|_l + \rho R \Delta H \quad |1|$$

Cette relation montre que le problème est non linéaire, donc difficile à résoudre.

Le terme de gauche exprime la chaleur extraite par l'intermédiaire du solide, donc l'échange thermique à travers le moule vers l'extérieur.

Le terme de droite exprime la balance entre la part de flux thermique extrait servant à refroidir le liquide résiduel (premier terme) et la part servant à la solidification, donc au dégagement de chaleur latente. Or, il existe des exemples dans lesquels cette balance peut être très fortement déportée vers l'un ou l'autre des deux termes, suivant les conditions de solidification extérieures appliquées :

- dans le cas de solidification avec brassage du liquide, le terme de gradient dans le liquide est petit par rapport au terme de chaleur latente.
- dans certains cas de croissance cristalline, par contre le terme de dégagement de chaleur latente est petit par rapport au gradient dans le liquide.

## B.2. Solutions analytiques

Il ne s'agit pas ici de donner une revue de l'ensemble des solutions existantes (JONES, 1969) mais de présenter les plus classiques avec les approximations qu'elles impliquent.

La solution de Schwarz s'applique au cas où le moule et le métal sont supposés semi-infinis et qu'il y a contact thermique parfait entre les deux. Dans ce cas, la température à l'interface moule/métal est constante, et l'épaisseur solidifiée suit la règle de CHVORINOV :

$$X_S = 2 \lambda^* (\alpha t)^{1/2}$$

où  $\lambda^*$  est une constante (JONES, 1969).

Dans le cas d'un coefficient d'échange  $h$  contre le contact moule/métal et l'extérieur à température  $T_\infty$ , LONDON et SEBAN ont proposé une solution qui suppose que le

profil de température est linéaire dans le solide. L'épaisseur solidifiée est donnée par :

$$X_S(t) = \frac{\lambda}{h} \left[ \left( 1 + 2 \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2 \frac{\alpha C_p (T_F - T_\infty)}{\Delta H} t \right)^{1/2} - 1 \right]$$

Dans le cas où la température du contact moule/métal varie peu (flux extrait quasi-constant), cette expression devient :

$$X_S(t) = h \frac{(T_F - T_\infty)}{\rho \Delta H} t$$

Un modèle récent (Virtual Adjunct Method) permet de prendre en compte les résistances de contact au niveau du contact moule/métal, bien que la solution soit analytique et exacte. Ce modèle a donné de bons résultats à la fois dans le cas des moules massifs (GARCIA et Coll. 1979) et en coulée continue (CLYNE et Coll. 1982).

Toutes ces expressions ne tiennent pas compte des mouvements convectifs du liquide qui retardent l'apparition du solide. Pour pallier ce problème, on rajoute un terme  $p$  de retard pur dans l'expression de  $X_S(t)$ , généralement empirique. D'une manière générale, l'épaisseur solidifiée prévue par ces modèles peut se mettre sous la forme :

$$X_S(t) = q t^b - p$$

avec  $0,5 < b < 1$ .

### B.3. Méthode intégrale

Cette méthode, qui a été initialement décrite par POLHAUSEN pour le traitement des couches-limites en mécanique des fluides, a été adaptée au problème de solidification en particulier par HILLS (1969). Elle consiste à paramétrer un profil de température dans le solide et à faire un bilan d'énergie, le liquide étant supposé isotherme. Cette méthode permet d'obtenir de bons résultats concernant l'épaisseur solidifiée, en particulier en coulée continue. Toutefois PEDRAZA et Coll. (1980) font remarquer que la validité de la méthode dépend beaucoup de la connaissance a priori du profil thermique à paramétrer, et du type d'informations à retirer, celles-ci gardant toujours un caractère très global.

### B.4. Méthodes numériques

#### B.4.1. Point de vue mathématique

La résolution numérique du problème de solidification est aussi difficile. En effet, contrairement au problème de diffusion dans un milieu sans source, où les méthodes

sont bien établies, les méthodes en solidification sont encore en train d'évoluer. Il s'agit d'un problème à frontière libre : il est nécessaire à chaque instant de connaître la position du front de solidification et cette position évolue au cours du temps. Dans la majorité des cas, la position du front ne correspond pas au maillage initial. L'ouvrage "Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion" (1975) présente une revue de quelques-unes des méthodes proposées pour tourner la difficulté. Des méthodes dites "enthalpiques" ont été développées pour le cas des alliages binaires (CROWLEY et OCKENDON, 1979, G.H. MEYER 1981). Ces méthodes traitent de manière couplée les variables enthalpie et concentration de l'alliage et évitent ainsi le problème de positionner le changement de phase.

#### B.4.2. Modèles de transfert thermique en cours de solidification

Par delà les études citées, qui concernent plus spécifiquement les mathématiciens, de nombreux modèles de solidification avec application directe aux cas métallurgiques ont été développés suivant des méthodes parfois moins rigoureuses. En particulier, dans la majorité des applications industrielles, le métal considéré n'est pas un métal pur solidifiant en front plan, mais un alliage avec un certain intervalle de solidification en température, où s'opère la transition de phase. Le problème de solidification ne se présente plus avec un changement brutal de milieu, suivant une frontière a priori inconnue, comportant une discontinuité du gradient thermique (équation |1|), mais de manière continue, en tenant compte de la courbe de variation de l'enthalpie en fonction de la température. Le problème consiste donc à pouvoir estimer cette courbe. Une hypothèse classiquement admise revient à supposer que le dégagement de chaleur latente en cours de solidification est proportionnel au degré d'avancement de la réaction.

Une méthode plus proche de la réalité expérimentale consiste à obtenir la courbe enthalpie en fonction de la température, par exemple à partir de l'intégration du profil d'analyse thermique différentielle (LAMANTHE, 1982).

Les simulations thermiques de la solidification des pièces de fonderie ont fait l'objet depuis longtemps de nombreux travaux (HENZEL et KEREVIAN, 1965) et sont maintenant très développées. Elles peuvent rendre compte de pièces de géométrie très compliquée, souvent tridimensionnelle, et l'environnement de la pièce dans son contexte industriel (moule, revêtements, échange par rayonnement, autres caractéristiques) est également modélisé en vue de calculer les transferts thermiques globaux. (HANSEN, 1977, LAMANTHE, 1982).

En coulée continue, les modèles existants sont aussi relativement nombreux, et traitent chacun plus particulièrement un des problèmes de ce procédé.

Certains des modèles s'intéressent à l'influence de la convection sur les transferts en lingotière de coulée continue. En effet, du fait du jet de coulée, par l'intermédiaire de la busette, une zone de convection forcée dans la lingotière existe. De plus, en cas de brassage électromagnétique en lingotière, cette convection se trouve encore renforcée. Ces modèles, qui sont unidirectionnels, négligent les échanges thermiques verticaux par rap-

port aux échanges horizontaux. Pour tenir compte de la convection dans le liquide, ils adoptent, soit une conductivité équivalente du liquide, par exemple 18,75 fois supérieure à sa valeur en absence de mouvement dans le cas du modèle de MIZIKAR (1967), soit un écoulement approché dans le liquide (SZEKELY et STANEK(b)1970), soit une condition aux limites, au niveau de l'interface solide/liquide, avec un coefficient d'échange traduisant le flux de chaleur provenant du liquide (LARRECQ et Coll. 1978, BIRAT et Coll. 1980). Les résultats visent à une estimation de la surchauffe résiduelle et de l'épaisseur solidifiée dans la lingotière.

Un autre modèle, unidirectionnel également, s'attache par contre à une description plus précise de la zone pâteuse solide/liquide (mushy zone) en particulier concernant la courbe de variation de la fraction solide en fonction de la température (CLYNE et Coll. 1982).

Des modèles bidimensionnels permettent de déterminer le comportement thermique général, en régime permanent, du produit coulé. A titre d'exemple, on peut citer le modèle de WECKMAN et Coll. (1979), qui, grâce à une méthode d'éléments finis, permet d'une part de déterminer avec une grande précision la forme du puits liquide, et, d'autre part, de tenir compte de conditions aux limites d'échange variées comme par exemple un film d'eau s'évaporant partiellement (WECKMAN et NIESSEN, 1982). Ces modèles sont généralement couplés avec des modèles de calcul de contraintes, en vue d'estimer les risques de criques (MATHEW et BROBY, 1977).

Enfin, en marge des modèles classiques, un modèle très original a été développé par l'IRSID en vue de raisonner sur la formation des cristaux équiaxes provoquée par un brassage électromagnétique en zone secondaire de coulée continue (LESOULT et Coll. 1982). Il s'agit d'un modèle thermique de comportement du liquide, ou du liquide contenant une population de cristallites, qui prend en compte la convection forcée (busette de coulée ou brassage électromagnétique) par l'intermédiaire d'une schématisation très simple des écoulements.

#### B.4.3. Modèles prenant en compte la convection dans le liquide

Un calcul précis de la convection naturelle en cours de solidification a été pour la première fois réalisé par SZEKELY et STANEK(a)1970, dans une situation toutefois où le problème de transfert thermique peut se découpler de celui du mouvement. Les auteurs ont montré que le gradient thermique ne pouvait constituer à lui seul un paramètre significatif de l'intensité de la convection naturelle et que l'effet de taille jouait aussi très fortement. Le problème de l'influence de la convection naturelle sur le déroulement de la solidification, en particulier le champ de température dans le liquide et la forme du front de solidification, a été étudié par KROEGER et OSTRACH (1974), dans une plaque mobile en vue de simuler la coulée continue. Le modèle résout simultanément les équations du mouvement et de l'énergie dans le liquide, associées au calcul du transfert thermique dans le solide et à la détermination de l'interface. L'effet de la convection naturelle constaté sur la forme du puits est très limité ; ceci provient de la vitesse de tirage, qui impose a priori une forme de puits. Le modèle de RAMACHANDRAN et Coll. (1982) est très proche de celui de KROEGER et

OSTRACH, mais porte sur la solidification en lingotière rectangulaire et de ce fait, le calcul est transitoire. Toutefois, le choix des conditions aux limites et des paramètres utilisés, dans les calculs présentés, ne permettent guère d'utilisation dans les situations métallurgiques.

Le modèle de SZEKELY et JASSAL (1978) est sans doute le plus complet, concernant la convection naturelle, puisque, en plus des écoulements dans le liquide, il considère également les écoulements dans la zone solide/liquide interdendritique. Toutefois, cette modélisation n'a été appliquée, d'après nos informations, qu'au cas d'une solution de chlorure d'ammonium.

Enfin le modèle de WITZKE et Coll. (1981) se situe un peu en marge des modèles de solidification tels qu'on les entend. En effet, il prend en compte l'influence de la convection naturelle par l'intermédiaire d'un modèle classique en couche-limite. Ce modèle s'intéresse non seulement au transfert thermique dans le liquide, mais également au transfert de masse, avec formation en particulier de la zone en surfusion constitutionnelle en avant d'un front dendritique. Toutefois, il ne prend pas en compte le transfert thermique global. Ainsi, l'évolution de la surchauffe résiduelle en fonction du temps est un paramètre extérieur à introduire dans le modèle.

#### B.4.4. Modèles prenant en compte les écoulements interdendritiques

Une dernière classe de modèles s'intéresse également au transfert convectif, mais il s'agit de transfert chimique, et non thermique, dans la zone solide/liquide. Ce sont les modèles d'explications et de prévisions de la formation de macroségrégation - ségrégations verticales, ségrégations en A, en V, canaux de ségrégations, ségrégations inverses, etc... A partir de la formulation de FLEMINGS et NEREO (1967), les premiers modèles ont été réalisés dans des situations simplifiées - écoulements limités à la zone solide/liquide en géométrie rectangulaire - (MEHRABIAN et Coll. 1970). La modélisation a ensuite été adaptée au cas d'une zone solide/liquide de forme quelconque (RIDDER et Coll. 1978). FUJII et Coll. (1979) ont, pour leur part, résolu, pour la première fois, le problème de transfert de quantité de mouvement et de chaleur de manière couplée dans la zone solide/liquide. Enfin, les derniers modèles permettent de prendre en compte le couplage entre les écoulements dans la zone liquide dus à la convection naturelle et les écoulements dans la zone solide/liquide dus à la convection naturelle, mais aussi à la contraction à la solidification, dans des cas proches de la coulée continue ou du procédé ESR (RIDDER et Coll. 1981), ou en solidification en lingots (OHNAKA et FUKASAKO, 1981).

## LISTE DES SYMBOLES

A	Potentiel vecteur ( $B = \text{rot } A$ )
$B_x, B_y$	Composantes du champ magnétique
$C_L, C_S$	Concentrations en soluté (% poids)
$C_p$	Capacité calorifique
$D_L, D_S$	Diffusivités chimiques
e	Epaisseur de la paroi entre l'inducteur et la lingotière
$f(= \frac{\omega}{2\pi})$	Fréquence
$\bar{F}_x, \bar{F}_y$	Composantes moyennes des forces électromagnétiques
$f_L, f_S$	Fractions massiques liquide et solide ( $f_L + f_S = 1$ et $f_L = \frac{\rho_L g_L}{\rho_L g_L + \rho_S g_S}$ )
$g_L, g_S$	Fractions volumiques liquide et solide ( $g_L + g_S = 1$ )
h	Coefficient d'échange
$\Delta H$	Chaleur latente de fusion
j	Densité de courant
$J_S$	Densité surfacique de courant sur l'inducteur
k	Vecteur d'onde ( $= \frac{\pi}{\tau}$ ) (chapitre 2)
	Coefficient de partage (chapitres 3 et 4)
l	Longueur de la lingotière
m	Pente de la droite liquidus
p	Pression
T	Température
$T_F$	Température de fusion du métal pur
$T_L$	Température de liquidus
$T_S$	Température de solidus
u, v	Composantes de la vitesse
$V_a (= B_0 / (\mu_0)^{1/2})$	Vitesse d'Alfven
$V_S$	Vitesse de synchronisme

## LETTRES GRECQUES

$\alpha, \alpha_L, \alpha_S$	Diffusivités thermiques
$\beta$	Coefficient de dilatabilité
$\beta_C (= (\rho_S - \rho_L) / \rho_S)$	Fraction de contraction
$\delta (= 1/\alpha^*)$	Profondeur de pénétration
$\lambda, \lambda_L, \lambda_S$	Conductibilités thermiques
$\mu$	Perméabilité magnétique
$\nu$	Viscosité cinématique
$\psi$	Fonction de courant
$\rho, \rho_L, \rho_S$	Masses volumiques

$\chi$	Coefficient de variation de la masse volumique avec la concentration
$\sigma$	Conductivité électrique
$\tau$	Pas polaire de l'inducteur à champ glissant
$\xi$	Tourbillon

#### NOMBRES SANS DIMENSIONS

$Re (= \frac{VL}{\nu})$	Nombre de Reynolds
$Pr (= \frac{\nu}{\alpha})$	Nombre de Prandtl
$Sc (= \frac{\nu}{D})$	Nombre de Schmidt
$Pe_T (= \frac{VL}{\alpha})$	Nombre de Peclet thermique
$Pe_C (= \frac{VL}{D})$	Nombre de Peclet chimique
$Nu (= \frac{h_T L}{\lambda})$	Nombre de Nusselt
$Sc (= \frac{h_C L}{D})$	Nombre de Sherwood
$Gr (= \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2})$	Nombre de Grashof

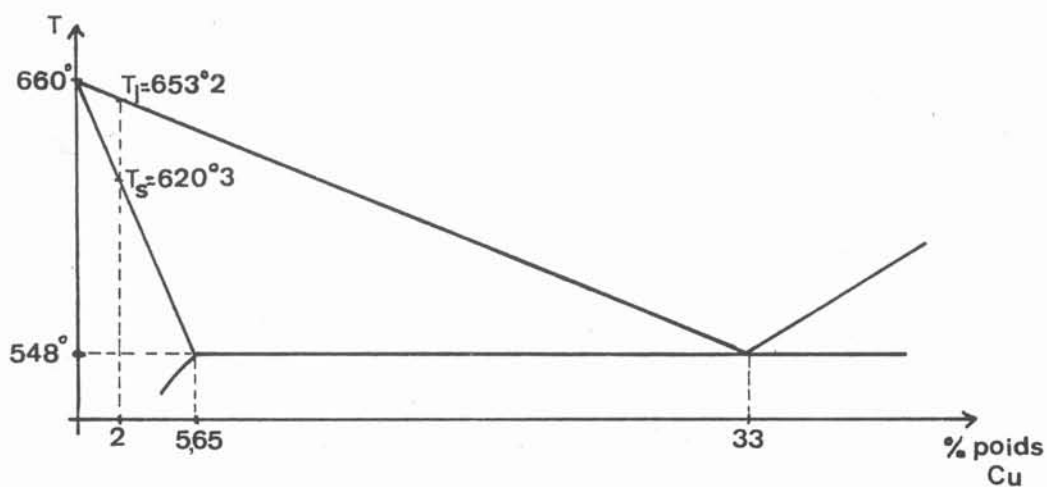
#### INDICES

$\sim$	Nombre complexe
$-$	Valeur moyenne dans le temps
$'$	Valeur adimensionnalisée
eff	Valeur efficace ( $\sqrt{2}/2$ fois la valeur maximale)
t	Valeur turbulente
e	Valeur effective
L	Valeur dans le liquide
S	Valeur dans le solide
*	Valeur à l'interface solide/liquide (chapitres 3 et 4)

PROPRIETES PHYSIQUES DE L'ALUMINIUM

$\rho$	Masse volumique (solide ou liquide)	$2380 \text{ kg.m}^{-3}$
$\nu$	Viscosité cinématique	$1,22.10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
$\beta$	Coefficient de dilatabilité	$1,16.10^{-4} \text{ K}^{-1}$
$\sigma$	Conductivité électrique	$5.10^6 \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$
$\mu$	Perméabilité magnétique	$1,26.10^{-6} \text{ H.m}^{-1}$
$\lambda_L$	Conductibilité thermique du liquide	$103 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\lambda_S$	Conductibilité thermique du solide	$220 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$C_p$	Capacité calorifique (solide ou liquide)	$1080 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\alpha_L$	Diffusivité thermique du liquide	$4.10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
$\alpha_S$	Diffusivité thermique du solide	$8,54.10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
$\Delta H$	Chaleur latente de fusion	$4.10^5 \text{ J.kg}^{-1}$
$k$	Coefficient de partage	0,171
$m$	Pente de la droite liquidus	$3,4 \text{ K.(\%Cu)}^{-1}$
$D_L$	Diffusivité chimique dans le liquide	$3,2.10^{-9} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
$Pr$	Nombre de Prandtl	$3.10^{-2}$
$Sc$	Nombre de Schmidt	406

DIAGRAMME DE PHASE DE L'ALLIAGE AL-CU RICHE EN AL





CARACTERISTIQUES DE L'INDUCTEUR A CHAMP GLISSANT

$I_{eff}$	Intensité efficace par phase	245 à 545 A
$B_0$	Champ magnétique normal contre la paroi de la lingotière	10 à 23 mT
$f$	Fréquence	50 Hz
$\tau$	Pas polaire	$7,2 \cdot 10^{-2} m$
$k$	Vecteur d'onde	$43,64 m^{-1}$
$V_S$	Vitesse de synchronisme	$7,2 m.s^{-1}$
$\delta$	Profondeur de pénétration	$2,1 \cdot 10^{-2} m$
$R_m$	Nombre de Reynolds magnétique	$4 \cdot 10^{-2}$
$R_\omega$	Paramètre d'écran	10

## A U T O R I S A T I O N D E S O U T E N A N C E

VU les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 avril 1974,

VU les rapports de présentation de Messieurs

. D. ABLITZER, Professeur

. F. DURAND, Professeur

**Monsieur MEYER Jean-Luc**

est autorisé à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du diplôme de  
DOCTEUR-INGENIEUR, spécialité "Métallurgie".

Fait à Grenoble, le 10 novembre 1983

Le Président de l'INP-G 3

**D. BLOCH**  
Président  
de l'Institut National Polytechnique  
de Grenoble

P.O. le Vice-Président.



